9 Estadística unidimensional

LITERATURA Y MATEMÁTICAS

Cansados de estar muertos

Morgana estudia tercero de Matemáticas. Si alguien le pregunta por qué, ella se refugiará en la historia del astrónomo, el físico y el matemático que llegaron a Escocia y distinguieron, a través de la ventana del salón del hotel en el que se hospedaban, una oveja negra que pastaba en el prado que circundaba el edificio. El astrónomo exclamó: Qué fascinante, en Escocia las ovejas son negras, suscitando la protesta del físico, que reaccionó corrigiéndole: No, algunas ovejas escocesas son negras. El matemático, al ser requerido para que interviniese, se limitó a sugerir: Sólo puedo decir que en Escocia existe al menos un prado que tiene al menos una oveja con al menos uno de sus costados de color negro. Aquella anécdota […] expresaba mejor que cualquier confesión personal por qué a Morgana le entusiasmaba una disciplina erigida sobre la pura abstracción que permitía mirar a la apariencia de las cosas sin dejarse engañar por ellas. […] Las matemáticas abolían las opiniones y los credos basados en el humo de la fe, y esto era suficiente motivo para confiar en ellas, para encontrar calor en su frialdad.

[Faustino, de cuarenta años, un antiguo novio de la madre de Morgana, vivía solo y para combatir la rutina de su vida utilizaba distintas estrategias. Por ejemplo, en la época en que había un único canal de televisión, las noches que emitían una película, anotaba] en un cuaderno una especie de *hit-parade* en el que iba detallando las películas y el número de ventanas iluminadas que había contado a la hora de su emisión en los edificios a los que su mirada llegaba a alcanzar. El resultado distaba mucho de sus anhelos de revolucionario, ya que la noche en la que programaron *Emmanuel* se batió el record de audiencia, treinta y siete ventanas iluminadas, que hasta entonces ostentaba *El imperio de los sentidos*, veinticuatro ventanas. No se le escapaba que aquel método de contabilidad carecía de rigor y reparaba en que muchas de las ventanas iluminadas no tenían por qué delatar a espectadores de las películas del horario de madrugada, pero daba igual. La noche en que emitieron *El acorazado Potemkin*, reforzado con un documental acerca de la personalidad del director, sólo permanecieron iluminadas cinco ventanas. El ciclo dedicado a Murnau no mereció más que el seguimiento de aquellos que se cobijaran tras dos ventanas iluminadas. La revolución pendiente tardaría mucho en llegar.

JUAN BONILLA

¿Son representativos estos datos para conocer los gustos cinematográficos de la población? Haz una tabla de frecuencias con ellos. ¿Cuál es la variable estadística? Calcula, si es posible, alguna medida de centralización.

Los datos no son representativos, porque no puede determinarse la composición de la muestra, ni si las ventanas iluminadas corresponden a espectadores de las películas.

La variable estadística es el número de ventanas iluminadas durante la noche en la que se emite cada película.

Películas	Frecuencias
Emmanuel	37
El imperio de los sentidos	24
El acorazado Potemkin	5
Ciclo Murnau	2

Como la variable es cualitativa, solo puede determinarse la moda: *Emmanuel*.

ANTES DE COMENZAR… RECUERDA

001 Da dos ejemplos de cada clase de intervalo.

Abierto: (3, 4) y (−2, 0).

Cerrado: [1, 5] y [−3, 8].

Abierto por la derecha y cerrado por la izquierda: [−4, 2) y [−5, 0)

Abierto por la izquierda y cerrado por la derecha: (2, 8] y (9, 13]

002 Calcula el punto medio de los siguientes intervalos.

a) [1, 3] b) (− 3, − 1) c) [− 3, 1)

a) Punto medio de [1, 3] = 2

b) Punto medio de (−3, −1) = −2

c) Punto medio de [−3, 1) = −1

003 Obtén el valor absoluto de estos números.

a) 7 c) 0 e) −1

b) −8 d) 6 f) 62

a) $|7| = 7$

b) $|-8| = 8$

c) $|0| = 0$

d) $|6| = 6$

e) $|-1| = 1$

f) $|62| = 62$

004 Calcula el 18 % de 540.

$$18\,\%\text{ de }540 = \frac{18}{100} \cdot 540 = 97{,}2$$

005 Un jugador de baloncesto anota 13 de los 25 tiros libres que ha realizado. ¿Cuál es su porcentaje de acierto?

$$a\%\text{ de }25 = 13 \rightarrow \frac{a}{100} \cdot 25 = 13 \rightarrow a = 52$$

006 Elabora una encuesta en la que se recoja información sobre la profesión que desean ejercer tus compañeros cuando terminen sus estudios.

Respuesta abierta.

007 Haz un recuento de los datos obtenidos en la encuesta anterior.

Respuesta abierta.

008 Pregunta a tus compañeros por su número de hermanos, y haz una tabla de frecuencias que refleje el resultado.

Respuesta abierta.

Estadística unidimensional

ACTIVIDADES

001 Señala en qué caso es más conveniente estudiar la población o una muestra.

a) La longitud de los tornillos que fabrica ininterrumpidamente una máquina.
b) La talla de un grupo de cinco amigos.

a) Es más conveniente estudiar una muestra.
b) Al tratarse de un grupo de cinco amigos es más conveniente estudiar la población.

002 Pon dos ejemplos de variables estadísticas unidimensionales.

a) Cualitativas.
b) Cuantitativas discretas.
c) Cuantitativas continuas.

Respuesta abierta.

a) Color de los ojos de los alumnos de un curso y nombre de la madre de los estudiantes de un centro escolar.
b) Puntuaciones obtenidas en un test de verdadero-falso de diez preguntas y nacimientos registrados cada semana en una población.
c) Peso de los paquetes entregados en una oficina de correos durante una semana y cantidad de lluvia recogida en una zona durante un mes.

003 Estos datos reflejan el tiempo, en minutos, que tardan en llegar a su centro escolar varios alumnos.

10	15	11	11	14	14	11	14	17	11	17	15
10	16	12	12	13	16	13	16	18	12	18	16

Organiza los datos en una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
10	2	0,08	2	0,08
11	4	0,17	6	0,25
12	3	0,13	9	0,38
13	2	0,08	11	0,46
14	3	0,13	14	0,59
15	2	0,08	16	0,67
16	4	0,17	20	0,84
17	2	0,08	22	0,92
18	2	0,08	24	1

004 La tabla muestra la estatura, en cm, de un grupo de personas.

Estatura	[165, 175)	[175, 185)	[185, 195)
N.º de personas	40	85	25

a) Elabora una tabla de frecuencias.
b) ¿Qué porcentaje de personas miden entre 165 cm y 175 cm? ¿Y menos de 185 cm?

a)

Estatura	x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
[165, 175)	170	40	0,27	40	0,27
[175, 185)	180	85	0,57	125	0,83
[185, 195)	190	25	0,17	150	1
		$N = 150$	$\sum h_i = 1$		

b) El porcentaje de personas que miden entre 165 cm y 175 cm es del 27 %
Y el porcentaje de personas que miden menos de 185 cm es del 83 %.

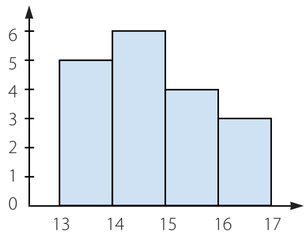
005 **Estas son las edades, en años, de 18 jóvenes.**

13	15	14	16	13	15	14	16	15
14	13	13	13	15	14	16	14	14

Realiza un gráfico de sus frecuencias relativas.

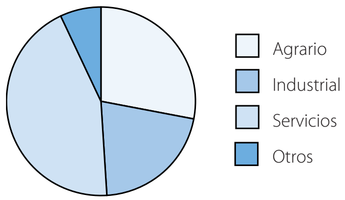
Antes de dibujar el gráfico es necesario hacer la tabla de frecuencias. Aunque los valores parecen discretos, al representarlos consideramos que alguien que afirma tener 14 años, realmente tiene más de 14 años y menos de 15 años. Por esta razón utilizamos un histograma.

x_i	f_i	h_i
13	5	0,278
14	6	0,333
15	4	0,222
16	3	0,167



006 **Representa estos datos con el gráfico adecuado.**

Sector	Agrario	Industrial	Servicios	Otros
Trabajadores	28 %	21 %	44 %	7 %



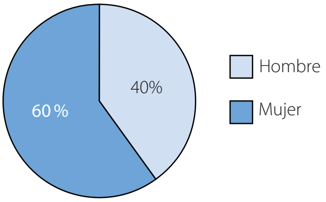
Estadística unidimensional

007 El sexo de 20 bebés nacidos en un hospital ha sido:

H M H H M M H H M M
M M M H M M H H M M

Construye la tabla asociada a estos datos, y represéntalos.

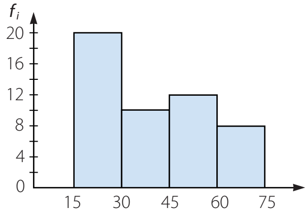
Sexo	f_i	h_i
Hombre	8	0,4
Mujer	12	0,6



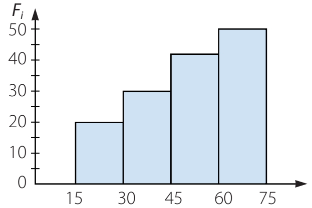
008 Completa la tabla de frecuencias, y dibuja el histograma de frecuencias absolutas y acumuladas con los datos de esta tabla.

Edad (años)	[15, 30)	[30, 45)	[45, 60)	[60, 75)
N.º de trabajadores	20	10	12	8

Edad	f_i	h_i	F_i	H_i
[15, 30)	20	0,4	20	0,4
[30, 45)	10	0,2	30	0,6
[45, 60)	12	0,24	42	0,84
[60, 75)	8	0,16	50	1



Frecuencias absolutas



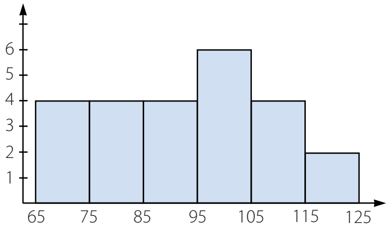
Frecuencias absolutas acumuladas

009 Los resultados de un test de inteligencia realizado a 24 personas fueron:

100 80 92 101 65 72 121 68 75 93 101 100
102 97 89 73 121 114 113 113 106 84 94 83

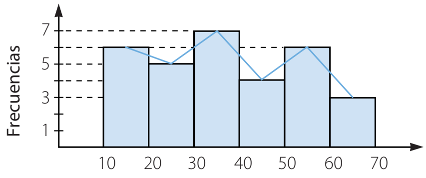
Obtén la tabla de frecuencias y de porcentajes, tomando intervalos de amplitud 10. Representa los datos en un histograma.

Intervalos	f_i	h_i	F_i	H_i
[65, 75)	4	0,17	4	0,17
[75, 85)	4	0,17	8	0,34
[85, 95)	4	0,17	12	0,51
[95, 105)	6	0,25	18	0,76
[105, 115)	4	0,17	22	0,93
[115, 125)	2	0,08	24	1



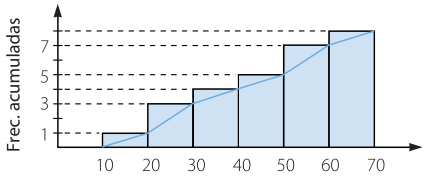
010 **Construye las tablas de frecuencias que corresponden a los siguientes gráficos estadísticos, indicando de qué tipo es cada uno.**

a) En este histograma están representados las frecuencias absolutas y el polígono de frecuencias. La tabla de frecuencias correspondiente es:



Intervalos	f_i	h_i
[10, 20)	6	0,19
[20, 30)	5	0,16
[30, 40)	7	0,23
[40, 50)	4	0,13
[50, 60)	6	0,19
[60, 70)	3	0,1

b) En este histograma están representados las frecuencias acumuladas y el polígono de frecuencias. La tabla de frecuencias correspondiente es:



Intervalos	F_i	H_i
[10, 20)	1	0,125
[20, 30)	3	0,375
[30, 40)	4	0,5
[40, 50)	5	0,625
[50, 60)	7	0,875
[60, 70)	8	1

011 **Organiza, en una tabla de frecuencias, estos datos relativos al peso, en kg, de 20 personas.**

42	51	56	66	75
69	59	50	70	59
47	51	45	63	79
62	54	60	63	58

Calcula sus medidas de centralización.

x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
42	1	0,05	1	0,05
45	1	0,05	2	0,10
47	1	0,05	3	0,15
50	1	0,05	4	0,20
51	2	0,10	6	0,30
54	1	0,05	7	0,35
56	1	0,05	8	0,40
58	1	0,05	9	0,45
59	2	0,10	11	0,55
60	1	0,05	12	0,60
62	1	0,05	13	0,65
63	2	0,10	15	0,75
66	1	0,05	16	0,80
69	1	0,05	17	0,85
70	1	0,05	18	0,90
75	1	0,05	19	0,95
79	1	0,05	20	1

La media aritmética es:

$$\overline{x} = \frac{1.179}{20} = 58{,}95$$

La mayor frecuencia es 8, que corresponde a 51, 59 y 63.

Ordenamos los datos:

42, 45, 47, 50, 51, 51, 54, 56, 58, 59, 59, 60, 62, 63, 63, 66, 69, 70, 75, 79

$$Me = \frac{59 + 59}{2} = 59$$

012 A partir de los datos, construye la tabla de frecuencias, y calcula e interpreta las medidas de centralización.

23	10	25	12	13	24	17	22
16	20	26	23	22	13	21	18
16	19	14	17	11	17	15	26

x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
10	1	0,04	1	0,04
11	1	0,04	2	0,08
12	1	0,04	3	0,13
13	2	0,08	5	0,21
14	1	0,04	6	0,25
15	1	0,04	7	0,29
16	2	0,08	9	0,38
17	3	0,13	12	0,5
18	1	0,04	13	0,54
19	1	0,04	14	0,58
20	1	0,04	15	0,63
21	1	0,04	16	0,67
22	2	0,08	18	0,75
23	2	0,08	20	0,83
24	1	0,04	21	0,88
25	1	0,04	22	0,92
26	2	0,08	24	1
	$N = 24$	$\sum h_i = 1$		

$$\overline{x} = \frac{440}{24} = 18{,}33$$

$Mo = 17$ ya que el valor más frecuente es 17.

$$Me = \frac{17 + 18}{2} = 17{,}5$$

Hay tantos valores menores que 17,5 como mayores.

013 Estos son los pesos de los últimos 20 pacientes de una consulta médica. Organiza los siguientes datos en una tabla de frecuencias y calcula sus medidas de centralización.

42	51	56	66	75	47	51	45	63	79
69	59	50	70	59	62	54	60	63	58

Intervalos	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	F_i
[40, 50)	45	3	135	3
[50, 60)	55	8	440	11
[60, 70)	65	6	390	17
[70, 80)	75	3	225	20
		20	1.190	

Media: $\overline{x} = \dfrac{1.190}{20} = 59{,}5$

El intervalo modal es [50, 60).

El intervalo mediano, donde la frecuencia acumulada es mayor que 10, es [50, 60).

014 **La siguiente tabla indica el consumo, en m^3, de agua de los distintos hoteles de una ciudad. Halla las medidas de centralización.**

Consumo	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)
N.º de hoteles	10	12	37	21

Consumo	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	F_i
[0, 5)	2,5	10	25	10
[5, 10)	7,5	12	90	22
[10, 15)	12,5	37	462,5	59
[15, 20)	17,5	21	367,5	80
		80	945	

Media: $\overline{x} = \dfrac{945}{80} = 11{,}81$

El intervalo modal es [10, 15).

El intervalo mediano, donde la frecuencia acumulada es mayor que 40, es [10, 15).

015 **Con los datos de la tabla del ejemplo anterior, calcula los siguientes percentiles.**

a) P_{22} c) P_{98}

b) P_7 d) P_{66}

Datos	f_i	h_i	F_i	H_i
1	11	0,18	11	0,18
2	27	0,45	38	0,63
3	4	0,07	42	0,7
4	18	0,3	60	1

a) $P_{22} = 2$ b) $P_7 = 1$ c) $P_{98} = 4$ d) $P_{66} = 3$

016 **¿Qué tipo de frecuencias se utilizan para calcular las medidas de posición? ¿Es la mediana una medida de posición?**

Para calcular las medidas de posición se utilizan las frecuencias acumuladas.

La mediana se puede considerar una medida de posición, ya que divide la distribución de los datos en dos partes iguales:

$$Me = Q_2 = P_{50}$$

017 Salen 20 plazas a concurso por oposición y se presentan 200 personas.

Notas	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	6	25	34	42	50	27	13	3

¿Con qué nota se obtiene una de las plazas mediante el concurso por oposición? ¿Qué percentil es la nota 5?

Hay $200 - 20 = 180$ personas que suspenden la oposición. Como 180 es el 90 % de 200, y $P_{10} = 8$, que es la nota mínima para aprobar. Ordenados los datos, del 32.° al 65.° tienen de nota 5, luego 5 es el percentil $P_{16}, P_{17}, \ldots,$ hasta P_{32}.

018 Lidia ha obtenido las siguientes notas.

7 5 6 10 9 7 6

Halla las medidas de dispersión.

$\overline{x} = 7{,}14$ $\sigma^2 = 2{,}69$ $\sigma = 1{,}64$ $CV = 0{,}23$

019 Calcula las medidas de dispersión de estos datos.

N.° de vehículos	0	1	2	3
N.° de familias	115	456	268	161

x_i	f_i	$\lvert x_i - \overline{x}\rvert$	$(x_i - \overline{x})^2$	$f_i \cdot (x_i - \overline{x})^2$
0	115	1,475	2,175	250,125
1	456	0,475	0,225	102,6
2	268	0,525	0,275	140,7
3	161	1,525	2,325	374,325
	1.000			867,75

$\overline{x} = 1{,}475$
$\sigma^2 = 0{,}867$
$\sigma = 0{,}931$
$CV = 0{,}631$

020 De un estudio sobre el peso de los elefantes y el peso de los ratones se tiene esta información.

- Peso de los elefantes:
  $\overline{x} = 2.000$ kg $\sigma = 100$ kg
- Peso de los ratones:
  $\overline{x} = 0{,}05$ kg $\sigma = 0{,}02$ kg

Compara la dispersión en las variables.

$$CV_e = \frac{100}{2.000} = 0{,}05 \qquad CV_r = \frac{0{,}02}{0{,}05} = 0{,}4$$

La dispersión en los ratones es mayor, ya que su coeficiente de variación es mayor.

021 Un estudio estadístico recoge estos datos.

1 3 2 5 2 5

a) Halla las medidas de centralización.
b) Calcula las medidas de dispersión.
c) ¿Qué conclusiones extraes al compararlas?

a) $\overline{x} = \frac{18}{6} = 3$ $Mo = 2$ y 5 (distribución bimodal) $Me = 2{,}5$

b) $R = 5 - 1 = 4$

$DM = \frac{8}{6} = 1{,}33$

$\sigma^2 = \frac{68}{6} - 3^2 = 2{,}33$ $\sigma = \sqrt{2{,}33} = 1{,}53$

$CV = \frac{1{,}53}{3} = 0{,}51 = 51\%$

c) La varianza y la desviación típica son grandes, teniendo en cuenta el valor de la media y el rango de valores de la distribución, así que los datos no están muy agrupados respecto de las medidas de centralización.

022 **La tabla muestra la cantidad de fruta que ha consumido, al mes, una familia durante el último año.**

Cantidad (kg)	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)
N.º de meses	1	5	4	2

Calcula las medidas estadísticas y analízalas.

$\overline{x} = \frac{250}{12} = 20{,}83$ $Mo = 15$ $Me = 20$

$R = 40 - 0 = 40$ $DM = \frac{90}{12} = 7{,}5$

$\sigma^2 = \frac{6.100}{12} - 20{,}83^2 = 74{,}44$ $\sigma = \sqrt{74{,}44} = 8{,}63$

$CV = \frac{8{,}63}{20{,}83} = 0{,}41 = 41$

La varianza y la desviación típica, así como el coeficiente de variación, no son muy grandes; por tanto, se puede decir que los datos no están muy dispersos respecto de las medidas de centralización.

023 **Compara la media y la desviación típica de los datos de esta tabla.**

Intervalos	[10, 15)	[15, 20)	[20, 35)	[35, 50)
Frecuencias	25	12	13	25

$\overline{x} = \frac{1.942{,}5}{75} = 25{,}9$

$\sigma = \sqrt{\frac{62.568{,}75}{75} - 25{,}9^2} = \sqrt{163{,}44} = 12{,}78$

La desviación típica no es grande respecto a la media; por tanto, los datos no están muy separados de ella.

024 Las edades de dos grupos de personas son:

Grupo *A*:	18	26	20	26	22	26	23	27	25	25
Grupo *B*:	20	21	20	21	22	23	23	24	25	25

a) ¿En cuál de ellos están más concentrados los datos?

b) ¿Hay algún dato atípico?

a) $\overline{x}_A = \frac{238}{10} = 23{,}8$ $\qquad \sigma_A = \sqrt{\frac{5.744}{10} - 23{,}8^2} = \sqrt{7{,}96} = 2{,}82$

$\overline{x}_B = \frac{224}{10} = 22{,}4$ $\qquad \sigma_B = \sqrt{\frac{5.050}{10} - 22{,}4^2} = \sqrt{3{,}24} = 1{,}8$

$CV_A = \frac{2{,}82}{23{,}8} = 0{,}12$ $\qquad CV_B = \frac{1{,}8}{22{,}4} = 0{,}08$

Los datos están más concentrados en el grupo *B*.

b) No hay datos atípicos.

025 Indica el tipo de variable estadística que estamos estudiando y razona, en cada caso, qué sería mejor, si estudiar una muestra o la población.

a) El cantante favorito de los miembros de tu familia.

b) La talla de pantalón de los alumnos de un IES.

c) La precipitación media mensual de tu provincia.

d) La altura de los habitantes de un país.

e) La nacionalidad de los habitantes de un pueblo.

f) El número de SMS recibidos a la semana por tus amigos.

g) Los efectos de la gravedad en un cultivo de bacterias.

h) El tipo de calzado de tus compañeros de clase.

a) Variable cualitativa. Es más conveniente estudiar la población.

b) Variable cuantitativa discreta. Es más adecuado estudiar una muestra.

c) Variable cuantitativa continua. Sería mejor estudiar la población.

d Variable cuantitativa continua. Es más adecuado estudiar una muestra.

e) Variable cualitativa. Es más adecuado estudiar una muestra.

f) Variable cuantitativa discreta. Es más adecuado estudiar la población.

g) Variable cuantitativa continua. Sería mejor estudiar una muestra.

h) Variable cualitativa. Es más adecuado estudiar la población.

026 Queremos hacer un estudio estadístico del número de veces que los alumnos de 1.º Bachillerato van al cine durante un mes.

a) Elige una muestra para realizar el estudio.

b) ¿Qué tamaño tiene dicha muestra?

c) ¿Cuál es la población?

Respuesta abierta.

027 ○○○ En una revista leemos que el pastor alemán tiene una alzada media de 55 cm.
¿Crees que han medido a todos los pastores alemanes?
Explica cómo crees que se ha llegado a esta conclusión.

No los han medido a todos, sino que han estudiado una muestra y han hallado la alzada media.

028 ○○○ El número de horas diarias de estudio de 30 alumnos es:

3	4	3	5	5	1	1	1	1	2	3	4	5	0	2
0	3	2	2	1	2	1	3	2	0	1	2	1	4	3

a) Organiza los resultados en una tabla de frecuencias.
b) ¿Qué significan las frecuencias acumuladas?

a)

Horas	f_i	h_i	F_i	H_i
0	3	0,1	3	0,1
1	8	0,27	11	0,37
2	7	0,23	18	0,6
3	6	0,2	24	0,8
4	3	0,1	27	0,9
5	3	0,1	30	1
	30	1		

b) Las frecuencias acumuladas son los alumnos que estudian como máximo el número de horas correspondientes.

029 ○○○ De los 30 alumnos de una clase, el 10 % aprobó todo, el 20 % suspendió una asignatura, el 50 % suspendió dos asignaturas y el resto suspendió más de dos asignaturas.
Realiza una tabla de frecuencias con estos datos. ¿Hay algún tipo de frecuencia que responda a la pregunta de cuántos alumnos suspendieron menos de dos asignaturas?
Razona tu respuesta.

Asignaturas suspensas	f_i	h_i	F_i	H_i
Ninguna	3	0,1	3	0,1
Una	6	0,2	9	0,3
Dos	15	0,5	24	0,8
Más de dos	6	0,2	30	1

La frecuencia absoluta acumulada de una asignatura suspensa indica cuántos alumnos suspendieron menos de dos asignaturas; así, 9 alumnos suspendieron menos de dos asignaturas.

030 Calcula la marca de clase del intervalo [10, 15). Si, en este intervalo, la frecuencia absoluta es 32, ¿qué interpretación se da a la marca de clase?
¿Por qué se utiliza la marca de clase en algunas variables estadísticas?

La marca de clase es: $x_i = \dfrac{10 + 15}{2} = 12,5$

La marca de clase es la media teórica de los datos que hay en el intervalo.

Se utiliza por la dificultad en manejar muchos datos, todos diferentes.

031 En un zoológico han hecho recuento de los felinos, pero se han perdido algunos datos. Completa la tabla de frecuencias a partir de los datos que aparecen en ella.

Datos	f_i	h_i	Porcentajes
Tigre	5	0,1	**10**
León	**8**	0,16	16
Puma	9	**0,18**	18
Leopardo	12	0,24	**24**
Guepardo	16	**0,32**	32
Total	**50**	1	100

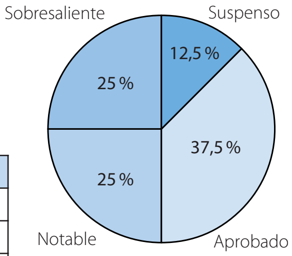
032 En una empresa han preguntado a sus empleados por el número de personas que viven en su casa, y se han reflejado algunos datos en la tabla.
Completa los datos que faltan.

Datos	f_i	h_i	Porcentajes
3	**3**	0,075	7,5
4	9	0,225	**22,5**
5	**12**	**0,3**	30
6	11	0,275	**27,5**
7	5	**0,125**	12,5
Total	40	1	100

033 Completa, si es posible, la siguiente tabla de frecuencias.

Clases	f_i	h_i	Porcentajes	F_i
[0, 20)	3	$\mathbf{\frac{1}{12}}$	8,33	3
[20, 40)	5	0,1389	**13,89**	8
[40, 60)	9	$\mathbf{\frac{1}{4}}$	25	**17**
[60, 80)	11	0,3055	30,55	**28**
[80, 100)	8	$\mathbf{\frac{2}{9}}$	22,22	36

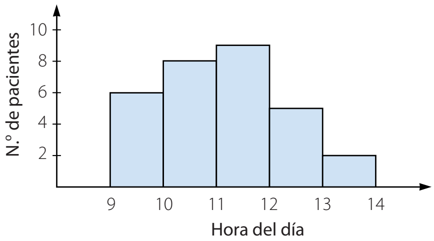
034 Construye la tabla de frecuencias que da lugar al gráfico siguiente, donde se representa la variable *Notas en el último examen de Matemáticas* de una clase de 24 alumnos.



Notas	f_i	h_i	F_i	H_i	Porcentajes
Suspenso	3	0,125	3	0,125	12,5
Aprobado	9	0,375	12	0,5	50
Notable	6	0,25	18	0,75	25
Sobresaliente	6	0,25	24	1	25

035 Un médico anotó la hora en la que recibió a cada uno de sus pacientes, y reflejó los datos en este gráfico.

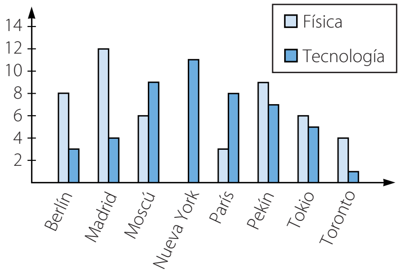
Construye la tabla de frecuencias correspondiente.



Hora del día	f_i	h_i	F_i	H_i
[9, 10)	6	0,2	6	0,2
[10, 11)	8	0,27	14	0,47
[11, 12)	9	0,3	23	0,77
[12, 13)	5	0,17	28	0,94
[13, 14)	2	0,06	30	1

036 Esta semana se celebró una reunión para decidir sobre la ubicación del Certamen de Física y la Feria Tecnológica. Hay ocho ciudades que son candidatas y los resultados de las votaciones son:

Construye la tabla de frecuencias para cada una de las votaciones.



Certamen de Física

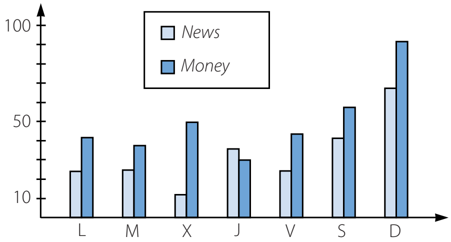
Ciudades	f_i	h_i	F_i	H_i
Berlín	8	0,17	8	0,17
Madrid	12	0,25	20	0,42
Moscú	6	0,125	26	0,545
Nueva York	0	0	26	0,545
París	3	0,06	29	0,605
Pekín	9	0,19	38	0,795
Tokio	6	0,125	44	0,92
Toronto	4	0,08	48	1

Feria Tecnológica

Ciudades	f_i	h_i	F_i	H_i
Berlín	3	0,06	3	0,06
Madrid	4	0,08	7	0,14
Moscú	9	0,19	16	0,33
Nueva York	11	0,23	27	0,56
París	8	0,17	35	0,73
Pekín	7	0,15	42	0,88
Tokio	5	0,1	47	0,98
Toronto	1	0,02	48	1

037 El dueño de un quiosco quiere saber la venta que tienen los periódicos *News* y *Money*. Construye el gráfico que te parezca más adecuado para reflejar los datos de la tabla que ha realizado.

	News	*Money*
Lunes	24	42
Martes	25	38
Miércoles	12	50
Jueves	36	30
Viernes	25	44
Sábado	42	58
Domingo	68	92



038 Calcula la media aritmética, la moda y la mediana en los siguientes datos.

a) 3, 5, 9, 5, 6, 6 y 8
b) 3, 5, 9, 5, 6, 2 y 12
c) 3, 5, 9, 5, 6, 6, 9 y 5
d) 3, 5, 9, 5, 6, 6, 7 y 7
e) 6, 8, 6, 8, 6, 8, 6 y 8

a) $\overline{x} = 6$ $Mo = 5$ y 6 $Me = 6$
b) $\overline{x} = 6$ $Mo = 5$ $Me = 5$
c) $\overline{x} = 6$ $Mo = 5$ $Me = 5{,}5$
d) $\overline{x} = 6$ $Mo = 5, 6$ y 7 $Me = 6$
e) $\overline{x} = 7$ $Mo = 6$ y 8 $Me = 7$

039 La tabla muestra la edad de los alumnos de un taller de teatro.

Edad	16	17	18	19	20	21
f_i	4	15	7	2	1	1

Halla las medidas de centralización.

$\overline{x} = \frac{524}{30} = 17{,}47$ $Mo = 17$ $Me = 17$

040 La tabla refleja el número de asignaturas suspensas en un curso de 1.º Bachillerato.

N.º de suspensos	f_i
0	12
1	8
2	3
3	1

Calcula.

a) La media aritmética. b) La moda. c) La mediana.

a) $\overline{x} = \frac{17}{24} = 0{,}71$ b) $Mo = 0$ c) $Me = 0{,}5$

041 La tabla muestra los datos recogidos en un centro de salud sobre el peso, en kg, de un grupo de niños.

Peso (kg)	f_i
[4, 10)	32
[10, 16)	19
[16, 22)	26
[22, 28)	24
[28, 34)	19

a) ¿Cuál es el peso medio?
b) Calcula la mediana.
c) Determina la moda de los datos.

a) $\overline{x} = \frac{2.154}{120} = 17{,}95$ b) $Me = 19$ c) $Mo = 7$

042 Las edades de los niños matriculados en un centro escolar son las que se muestran en la tabla.

Edad	6	7	8	9	10	11	12
f_i	22	36	40	24	16	12	10

Determina los percentiles 30, 40, 60, 70 y 80.

Edad	f_i	F_i
6	22	22
7	36	58
8	40	98
9	24	122
10	16	138
11	12	150
12	10	160

$30\,\%$ de $160 = 48 \rightarrow P_{30} = 7$
$40\,\%$ de $160 = 64 \rightarrow P_{40} = 8$
$60\,\%$ de $160 = 96 \rightarrow P_{60} = 8$
$70\,\%$ de $160 = 112 \rightarrow P_{70} = 9$
$80\,\%$ de $160 = 128 \rightarrow P_{80} = 10$

043 El profesor de Educación Física ha anotado el peso y la altura de todos los alumnos de 1.º Bachillerato.

Peso (kg)	f_i
[46, 51)	14
[51, 56)	26
[56, 61)	49
[61, 66)	32
[66, 71)	14
[71, 76)	5
Total	140

Altura (cm)	f_i
[152, 160)	12
[160, 168)	28
[168, 176)	30
[176, 184)	46
[184, 192)	22
[192, 200)	2
Total	140

Para seleccionar a los alumnos con un peso y una altura más centrados, descarta los valores extremos: el 25 % inferior y el 25 % superior.

a) ¿Cuáles son los datos que se descartan?

b) ¿Qué porcentaje de alumnos tienen medidas comprendidas en esos intervalos?

c) Halla los percentiles 33 y 66 en ambas variables.

a) 25 % de 140 = 35 → Se descartan los datos del intervalo [46, 51) en la variable *peso* y los datos del intervalo [152, 160) en la variable *altura*.

75 % de 140 = 105 → Se descartan los datos del intervalo [66, 76) en la variable *peso* y los datos del intervalo [184, 200) en la variable *altura*.

b) En la variable *peso*: $\frac{107}{140} = 0{,}76$ → El 76 % de los alumnos está comprendido en los intervalos.

En la variable *altura*: $\frac{104}{140} = 0{,}74$ → El 74 % de los alumnos está comprendido en los intervalos.

c) 33 % de 140 = 46,2

En la variable *peso*: $P_{33} = 58{,}5$ En la variable *altura*: $P_{33} = 172$

66% de 140 = 92,4

En la variable *peso*: $P_{66} = 63{,}5$ En la variable *altura*: $P_{66} = 180$

044 Carmen ha anotado el número de hermanos de los compañeros de su clase.

N.º de hermanos	f_i
0	10
1	6
2	8
3	4
5	1
9	1
Total	30

Calcula.

a) La media aritmética.

b) La desviación media.

c) La varianza.

d) La desviación típica.

a) $\overline{x} = \frac{48}{30} = 1{,}6$

b) $DM = \frac{39{,}2}{30} = 1{,}31$

c) $\sigma^2 = \frac{180}{30} - 1{,}6^2 = 3{,}44$

d) $\sigma = \sqrt{3{,}44} = 1{,}85$

045 La estatura, en cm, de las jugadoras de un equipo de baloncesto es:

189 197 203 208 194 190 194 184 192 195

Determina.

a) La media aritmética.
b) La desviación media.
c) La varianza.
d) La desviación típica.

a) $\overline{x} = \frac{1.946}{10} = 194,6$

b) $DM = \frac{49,2}{10} = 4,92$

c) $\sigma^2 = \frac{379.120}{10} - 194,6^2 = 42,84$

d) $\sigma = \sqrt{42,84} = 6,55$

046 Una mina de carbón extrae mineral de dos calidades diferentes. La producción diaria, en toneladas, durante los últimos días ha sido la que se muestra en la tabla.

Día	Calidad *A*	Calidad *B*
16	12	4
17	10	6
18	9	9
19	13	3
20	12	6
23	10	7
24	11	9
25	10	10
26	9	12
27	11	8

a) Calcula la media aritmética y la desviación típica de la producción de cada tipo de carbón.
b) Determina el coeficiente de variación para decidir cuál de las dos variables es más dispersa.

a) $\overline{x}_A = \frac{107}{10} = 10,7$

$\sigma_A = \sqrt{\frac{1.161}{10} - 10,7^2} = \sqrt{1,61} = 1,27$

$\overline{x}_B = \frac{74}{10} = 7,4$

$\sigma_B = \sqrt{\frac{616}{10} - 7,4^2} = \sqrt{6,84} = 2,62$

b) $CV_A = \frac{1,27}{10,7} = 0,12$

$CV_B = \frac{2,62}{7,4} = 0,35$

La variable *carbón de calidad B* es más dispersa que la variable *carbón de calidad A*.

047 ●○○ Se está estudiando los años que llevan funcionando las empresas informáticas en una ciudad.

Años	[0, 3)	[3, 6)	[6, 9)	[9, 12)	[12, 15)	[15, 18)
N.º de empresas	64	48	22	13	4	1

Halla cuánto tiempo, por término medio, lleva funcionando una empresa y sus medidas de dispersión.

$$\overline{x} = \frac{684}{152} = 4{,}5 \text{ años}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{4.788}{152} - 4{,}5^2} = \sqrt{11{,}25} = 3{,}35$$

$$CV = \frac{3{,}35}{4{,}5} = 0{,}74$$

048 ●●○ La tabla presenta las notas que han obtenido los alumnos de un curso en Inglés y Economía.
Haz una tabla de frecuencia para cada asignatura y calcula sus medias y desviaciones típicas. Usa el coeficiente de variación para decidir cuál de las dos variables es más dispersa.

Economía \ Inglés	4	5	6	7	8
5	2	1	0	0	0
6	3	3	3	1	2
7	1	2	2	2	1
8	0	1	5	1	0

Inglés	f_i
4	6
5	7
6	10
7	4
8	3

Economía	f_i
5	3
6	12
7	8
8	7

$$\overline{x} = \frac{171}{30} = 5{,}7$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1.019}{30} - 5{,}7^2} = \sqrt{1{,}48} = 1{,}22$$

$$CV = \frac{1{,}22}{5{,}7} = 0{,}21$$

$$\overline{x} = \frac{199}{30} = 6{,}63$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1.347}{30} - 6{,}63^2} = \sqrt{0{,}94} = 0{,}97$$

$$CV = \frac{0{,}97}{6{,}63} = 0{,}15$$

La variable *notas de Inglés* es más dispersa que la variable *notas de Economía.*

049 ●●○ María y Esther han realizado una encuesta a 40 alumnos de un instituto, elegidos al azar, que contiene tres preguntas.

- Tiempo aproximado, en minutos, que tardan en llegar al instituto, *X*.
- Valoración personal del funcionamiento del centro, *Y*. Respuestas posibles: MB (Muy bien), B (Bien), R (Regular), M (Mal) y MM (Muy mal).
- Número de cursos que llevan en el centro, *Z*.

Los resultados que han obtenido son los siguientes.

X	Y	Z
18	M	2
3	MB	1
12	MB	4
32	B	5
20	B	6
15	R	3
12	M	5
28	R	4
37	MB	6
20	B	1
15	R	4
5	M	2
4	MB	5
3	MB	2
2	B	3
8	B	4
27	B	5
9	R	4
16	B	2
34	MB	3

X	Y	Z
12	MB	1
23	B	4
2	M	5
15	R	1
30	R	1
4	B	1
20	B	2
18	R	3
6	MB	2
24	B	1
21	R	3
17	M	1
8	R	2
24	B	2
12	B	1
6	B	1
3	MB	3
8	MB	2
5	R	2
4	MB	4

a) Toma cada una de las variables y realiza un recuento; si hay muchos datos diferentes, agrúpalos en clases.
b) Confecciona las tablas de frecuencias.
c) Realiza el gráfico más adecuado para cada una.
d) Determina, si es posible, sus medidas de centralización.
e) Obtén los cuartiles inferior y superior.
f) Halla, si es posible, las medidas de dispersión de cada una de las series.
g) Decide, entre X y Z, cuál es más dispersa.

a) $\sqrt{40} = 6{,}32 \rightarrow 6$ intervalos $\qquad \dfrac{37-3}{\sqrt{40}} = 5{,}38$

Tiempo	f_i
[3, 9)	15
[9, 15)	5
[15, 21)	10
[21, 27)	4
[27, 33)	4
[33, 39)	2

Valoración	f_i
MB	11
B	14
R	10
M	5
MM	0

Cursos	f_i
1	10
2	10
3	6
4	7
5	5
6	2

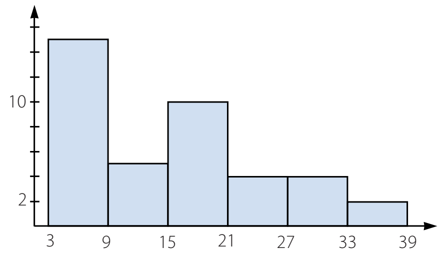
b)

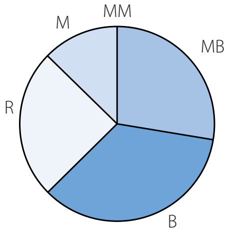
Tiempo	x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
[3, 9)	6	15	0,375	15	0,375
[9, 15)	12	5	0,125	20	0,5
[15, 21)	18	10	0,25	30	0,75
[21, 27)	24	4	0,1	34	0,85
[27, 33)	30	4	0,1	38	0,95
[33, 39)	36	2	0,05	40	1

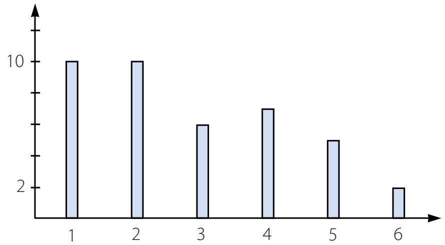
Valoración	f_i	h_i	F_i	H_i
MB	11	0,275	11	0,275
B	14	0,35	25	0,625
R	10	0,25	35	0,875
M	5	0,125	40	1
MM	0	0	40	1

Cursos	f_i	h_i	F_i	H_i
1	10	0,25	10	0,25
2	10	0,25	20	0,5
3	6	0,15	26	0,65
4	7	0,175	33	0,825
5	5	0,125	38	0,95
6	2	0,05	40	1

c)







d) En la variable *tiempo que tardan en llegar al instituto*:

$\overline{x} = \frac{618}{40} = 15{,}45$ minutos $\qquad Mo = 6 \qquad Me = 15$

En la variable *valoración personal del funcionamiento del centro*: $Mo = B$

En la variable *número de cursos que llevan los alumnos en el centro*:

$\overline{x} = \frac{113}{40} = 2{,}825$ cursos $\qquad Mo = 1$ y $Mo = 2 \qquad Me = 2{,}5$

e) En la variable del tiempo que tardan los alumnos en llegar al instituto:

$$Q_1 = 6 \text{ y } Q_3 = 21$$

En la variable del número de cursos que llevan los alumnos en el centro:

$$Q_1 = 1{,}5 \text{ y } Q_3 = 4$$

f) En la variable del tiempo que tardan los alumnos en llegar al instituto:

$\sigma^2 = \frac{12.996}{40} - 15{,}45^2 = 86{,}19 \qquad \sigma = \sqrt{86{,}19} = 9{,}28$

En la variable del número de cursos que llevan los alumnos en el centro:

$\sigma^2 = \frac{413}{40} - 2{,}825^2 = 2{,}34 \qquad \sigma = \sqrt{2{,}34} = 1{,}53$

g) $CV = \frac{9{,}28}{15{,}45} = 0{,}6 \qquad CV = \frac{1{,}53}{2{,}825} = 0{,}54$

La variable X es más dispersa que la variable Z.

050 **Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación de la serie.**

12 24 16 18 14 10 15 20

a) Añade datos para que la variable tenga como media 16 y un coeficiente de variación menor que el anterior.

b) A partir de la primera, escribe los datos de otra variable con media 50 y con menor coeficiente de variación.

$$\overline{x} = \frac{129}{8} = 16{,}125$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2.221}{8} - 16{,}125^2} = \sqrt{17{,}61} = 4{,}2$$

$$CV = \frac{4{,}2}{16{,}125} = 0{,}26$$

a) $\overline{x} = 16 \rightarrow \frac{129 + a}{9} = 16 \rightarrow a = 15$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2.446}{9} - 16^2} = \sqrt{15{,}78} = 3{,}97 < 4{,}2$$

b) $50 - 16{,}125 = 33{,}875$

Añadiendo este valor a los datos, la nueva serie es:

45,875 57,875 49,875 51,875 47,875 43,875 48,875 53,875

051 Hemos representado cuatro variables estadísticas de las que conocemos su media y su desviación típica.

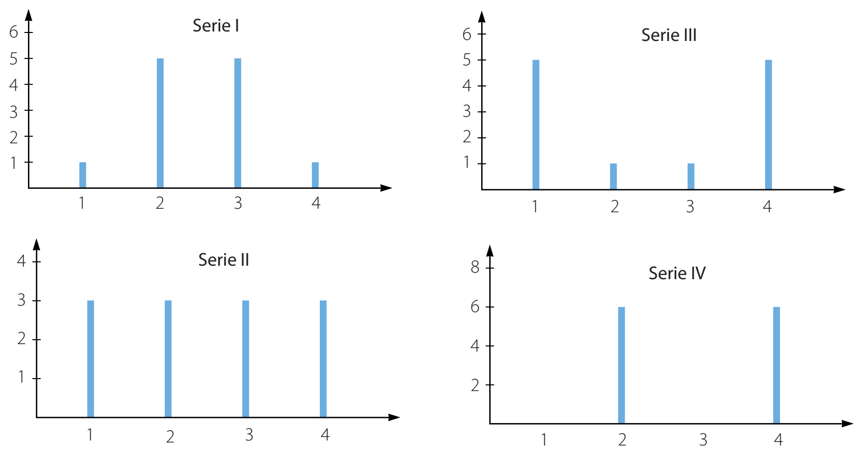
Serie *A*: $\overline{x} = 2,5 \qquad \sigma = 0,76$

Serie *B*: $\overline{x} = 2,5 \qquad \sigma = 1,12$

Serie *C*: $\overline{x} = 3 \qquad \sigma = 1$

Serie *D*: $\overline{x} = 2,5 \qquad \sigma = 1,38$

Asocia, sin hacer los cálculos, los parámetros con los siguientes gráficos.



Serie *A*: Serie I   Serie *B*: Serie II   Serie *C*: Serie IV   Serie *D*: Serie III

052 En la tabla se muestra el número mensual de faltas de asistencia escolar de un grupo de 40 alumnos.

Se han perdido dos datos, aunque conocemos que la media aritmética es 2,2. Con esta información, ¿puedes completar la tabla?

Faltas de asistencia	Frecuencias absolutas
4	
3	12
2	7
1	
0	4

$$\overline{x} = 2,2 \rightarrow \frac{4a + 3 \cdot 12 + 2 \cdot 7 + b}{40} = 2,2 \rightarrow 4a + b = 38$$

Con estos datos no se puede completar la tabla.

053 En la siguiente tabla se muestra el número de hijos de los 20 trabajadores de una empresa.

La media aritmética es 1,3 y la desviación típica es 1,1. ¿Podrías completar la tabla con estos datos?

N.º de hijos	Frecuencias absolutas
0	
1	8
2	
3	2
4	

$$\overline{x} = 1,3 \rightarrow \frac{8 + 2b + 3 \cdot 2 + 4c}{20} = 1,3 \rightarrow 2b + 4c = 12$$

$$\sigma = 1,1 \rightarrow \sqrt{\frac{8 + 4b + 18 + 16c}{20} - 1,3^2} = 1,1$$

$$\rightarrow \frac{2b + 8c + 13}{10} - 1,69 = 1,21 \rightarrow 2b + 8c = 16$$

$$\left.\begin{array}{l} b + 2c = 6 \\ b + 4c = 8 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} b = 4 \\ c = 1 \end{array}\right.$$

La tabla completa es:

N.º de hijos	Frecuencias absolutas
0	5
1	8
2	4
3	2
4	1
Total	20

054 El seleccionador de baloncesto está eligiendo a los jugadores que van a participar en el próximo partido, pero hay dos puestos que aún tiene sin cubrir. Necesita un jugador que sea buen anotador, pero que no tenga grandes variaciones en sus resultados. Ha preseleccionado a dos candidatos cuyas anotaciones en los últimos 12 partidos han sido:

Jugador 1:

18 24 26 22 20 21 23 20 26 18 22 24

Jugador 2:

22 21 18 15 28 16 22 29 23 26 25 19

¿Qué jugador elegirías tú?

Justifica tu respuesta con datos objetivos.

También debe seleccionar un base que sea un buen lanzador de tiros triples, y cuenta con dos candidatos. Estos datos muestran el número de triples anotados en los últimos 10 partidos:

Jugador 3:

6 3 2 4 3 3 4 6 5 4

Jugador 4:

1 7 2 3 8 2 6 10 1 0

¿Qué jugador escogerías ahora? Justifica tu elección.

Jugador 1: $\overline{x} = \frac{264}{12} = 22$

$$\sigma = \sqrt{\frac{5.890}{12} - 22^2} = \sqrt{6,83} = 2,61 \qquad CV = \frac{2,61}{22} = 0,12$$

Jugador 2: $\overline{x} = \frac{264}{12} = 22$

$$\sigma = \sqrt{\frac{6.030}{12} - 22^2} = \sqrt{18,5} = 4,3 \qquad CV = \frac{4,3}{22} = 0,19$$

Elegiría al jugador 1, porque aunque ambos tienen la misma media de resultados, el primero tiene un coeficiente de variación menor.

Jugador 3: $\overline{x} = \frac{40}{10} = 4$

$$\sigma = \sqrt{\frac{176}{10} - 4^2} = \sqrt{1,6} = 1,26 \qquad CV = \frac{1,26}{4} = 0,32$$

Jugador 4: $\overline{x} = \frac{40}{10} = 4$

$$\sigma = \sqrt{\frac{268}{10} - 4^2} = \sqrt{10,8} = 3,29 \qquad CV = \frac{3,29}{4} = 0,82$$

En este caso, elegiría al jugador 3, que tiene la misma media que el jugador 4, pero es más regular.

055 ●●○ Un corredor entrena, de lunes a viernes, recorriendo las siguientes distancias: 2, 5, 5, 7 y 3 km, respectivamente.

Si el sábado también entrena:

a) ¿Cuántos kilómetros debe recorrer para que la media sea la misma?

b) ¿Y para que la mediana no varíe?

c) ¿Y para que la moda permanezca constante?

a) $\overline{x} = \frac{22}{5} = 4,4 \rightarrow \frac{22 + a}{6} = 4,4 \rightarrow a = 4,4$

b) Cualquier recorrido de 5 o más kilómetros hace que la mediana no varíe.

c) Si recorre 5 km, o cualquier distancia que no sea 2, 3 o 7 km, se mantiene la moda constante.

056 ●●○ Calcula la media aritmética y la desviación típica de los siguientes datos.

3 8 9 12 11

a) Añade dos datos a la serie inicial, de modo que se mantenga la media aritmética y la desviación típica aumente.

b) Escoge otros dos datos para añadir a los cinco primeros datos, y que resulte una serie con la misma media aritmética y menor desviación típica.

c) Añade dos datos a los cinco datos iniciales, y consigue que aumente la media aritmética, pero que no se incremente la desviación típica.

d) Haz lo mismo sin que aumente la desviación típica y la media disminuya.

$$\overline{x} = \frac{43}{5} = 8,6 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{419}{5} - 8,6^2} = \sqrt{9,84} = 3,14$$

a) $\overline{x} = 8,6 \rightarrow \dfrac{43 + a + b}{7} = 8,6 \rightarrow a + b = 17,2$

Respuesta abierta. Por ejemplo: si se añaden 5,2 y 12 a la serie, la media se mantiene y la desviación típica es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{590,04}{7} - 8,6^2} = \sqrt{10,33} = 3,21 > 3,14$$

b) Respuesta abierta. Por ejemplo: si se añaden 7,2 y 10 a la serie, la media se mantiene y la desviación típica es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{570,84}{7} - 8,6^2} = \sqrt{7,59} = 2,75 < 3,14$$

c) Respuesta abierta. Por ejemplo: si se añaden los valores 12,3 y 12,4 a la serie, los parámetros son: $\overline{x} = 9,67$ $\quad\sigma = 3,14$

d) Respuesta abierta. Por ejemplo: si se añaden los valores 4,8 y 4,9 a la serie, los parámetros son: $\overline{x} = 7,53$ $\quad\sigma = 3,14$

057 ●○○ **Tenemos una variable estadística cuya media aritmética es *m* y su desviación típica es *d*. Investiga qué sucede con ambos parámetros si:**

a) Sumamos 4 a todos los números.

b) Restamos 4 a todos los números.

c) Multiplicamos por 4 todos los números.

d) Dividimos entre 4 todos los números.

(Pon una serie de ejemplo y realiza los cálculos. Haz una hipótesis general y trata de encontrar la demostración a tu hipótesis.)

a) Si sumamos 4 a todos los valores, la media es $m + 4$ y la desviación típica es d.

Por ejemplo, se considera la serie: 5 6 8 9

$$\overline{x} = \frac{28}{4} = 7 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{206}{4} - 7^2} = \sqrt{2,5} = 1,58$$

Al sumar 4 a todos los números: 9 10 12 13

$$\overline{x} = \frac{44}{4} = 11 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{494}{4} - 11^2} = \sqrt{2,5} = 1,58$$

b) Si restamos 4 a todos los números, la media es $m - 4$ y la desviación típica es d.

Teniendo en cuenta la serie anterior, al restar 4 a todos los valores: 1 2 4 5

$$\overline{x} = \frac{12}{4} = 3 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{46}{4} - 3^2} = \sqrt{2,5} = 1,58$$

c) Si multiplicamos por 4 todos los valores, la media es $4m$ y la desviación típica es $4d$.

La nueva serie es: 20 24 32 36

$$\overline{x} = \frac{112}{4} = 28 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{3.296}{4} - 28^2} = \sqrt{40} = 6,32$$

d) Si dividimos entre 4 todos los números, la media es $\frac{1}{4}m$ y la desviación típica es $\frac{1}{4}d$.

La nueva serie es: 1,25 1,5 2 2,25

$$\overline{x} = \frac{7}{4} = 1{,}75 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{12{,}875}{4} - 1{,}75^2} = \sqrt{0{,}16} = 0{,}39$$

058 **Los diplomados en Informática de gestión tienen un salario medio, en su primer empleo, de 1.080 €, con una desviación típica de 180 €, y los diplomados en Informática de sistemas, un salario medio de 960 €, con una desviación típica de 150 €.**

Si a un diplomado en Informática de gestión le ofrecen un sueldo de 1.200 €, y a un diplomado en Informática de sistemas, un sueldo de 1.140 €, ¿cuál de los dos recibe mejor oferta? ¿Por qué?

Si comparamos la oferta del diplomado en Informática de gestión: $\frac{1.200 - 1.080}{180} = 0{,}67$

Para el diplomado en Informática de sistemas, la comparación es: $\frac{1.140 - 960}{150} = 1{,}2$

Así, el diplomado en Informática de sistemas recibe una oferta mejor, porque su valoración respecto a su grupo es más alta.

059 **Para un experimento sobre diabetes se seleccionan 120 personas cuyos niveles de glucosa en sangre son:**

Nivel de glucosa	Frecuencia absoluta
[80, 96)	28
[96, 112)	40
[112, 128)	32
[128, 144)	14
[144, 160)	6

a) Calcula la media y la desviación típica correspondiente a estos datos.

b) El equipo médico desea seleccionar un intervalo de niveles de glucosa centrado en la media, es decir, del tipo ($\overline{x} - a$, $\overline{x} + a$) y que contenga al 50 % de las personas.

c) ¿Cuáles serán los extremos del intervalo?

a) $\overline{x} = \frac{13.280}{120} = 110{,}67 \qquad \sigma = \sqrt{\frac{1.507.840}{120} - 110{,}67^2} = \sqrt{317{,}48} = 17{,}82$

b) $$\left.\begin{array}{l} \frac{120}{4} = 30 \rightarrow Q_1 = 104 \\ \frac{3 \cdot 120}{4} = 90 \rightarrow Q_3 = 120 \end{array}\right\}$$

→ El 50 % de los datos se encuentra en el intervalo (104, 120).

c) Entonces el intervalo (110,67 − 9,33; 110,67 + 9,33) = (101,34; 120) contiene al 50 % de las personas.

060 En un concurso de televisión se forma a las aspirantes para ser modelos. Al concurso se han presentado 2.400 candidatas, y para seleccionar a las 12 participantes deberán pasar por diferentes eliminatorias. La primera se hará midiendo su altura, y se exige que midan entre 173 y 191 cm, ambas medidas incluidas.

Las alturas de las aspirantes se muestran en la tabla.

Altura	Frecuencias absolutas
[150, 160)	80
[160, 170)	430
[170, 180)	1.020
[180, 190)	690
[190, 200)	180

a) ¿Cuántas aspirantes quedarán eliminadas por la altura?

(Por ejemplo, del intervalo [170, 180) deberás eliminar el intervalo [170, 173). Halla qué porcentaje de la amplitud de clase es este intervalo y elimina el mismo porcentaje de chicas.)

b) Si consideramos las aspirantes que superan la prueba de la altura, calcula las medidas de centralización y de dispersión correspondientes.

a) Por la altura deben ser eliminadas: $80 + 430 + \frac{3}{10} \cdot 1.020 + \frac{9}{10} \cdot 180 = 978$ chicas

b) La nueva tabla es:

Altura	Frecuencias absolutas
[173, 180)	714
[180, 190)	690
[190, 191)	18

$\overline{x} = \frac{257.100}{1.422} = 180{,}8$ $\quad Mo = 185 \quad Me = 176{,}5$

$\sigma = \sqrt{\frac{46.511.181}{1.422} - 180{,}8^2} = \sqrt{19{,}64} = 4{,}43 \qquad CV = \frac{4{,}43}{180{,}8} = 0{,}02$

061 Una asociación de consumidores ha realizado una prueba sobre la duración, en días, de unas bombillas. Ha mantenido encendidas 100 bombillas hasta que se han fundido.

El resumen de los resultados obtenidos se muestra en la siguiente tabla.

Días	Frecuencias absolutas
[36, 42)	12
[42, 48)	28
[48, 54)	44
[54, 60)	11
[60, 66)	5

a) Completa la tabla de frecuencias.

b) Representa los datos mediante el gráfico estadístico que consideres más adecuado.

c) Calcula las medidas de centralización.

d) Halla las medidas de dispersión.

e) Interpreta las medidas estadísticas calculadas.

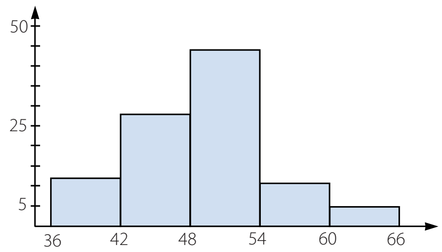
f) El fabricante asegura en su publicidad que sus bombillas duran más de 1.000 horas. ¿Qué porcentaje de las bombillas no cumple lo anunciado?

g) En las especificaciones técnicas, el fabricante asegura que un 10 % de sus bombillas supera las 1.350 horas de iluminación ininterrumpida. ¿Es esto cierto?

a)

Duración en días	f_i	h_i	F_i	H_i
[36, 42)	12	0,12	12	0,12
[42, 48)	28	0,28	40	0,4
[48, 54)	44	0,44	84	0,84
[54, 60)	11	0,11	95	0,95
[60, 66)	5	0,05	100	1

b)



c) $\overline{x} = \dfrac{4.914}{100} = 49,14$ $\qquad Mo = 51 \qquad Me = 51$

d) $\sigma = \sqrt{\dfrac{244.980}{100} - 49,14^2} = \sqrt{35,06} = 5,92 \qquad CV = \dfrac{5,92}{49,14} = 0,12$

e) La duración media de las bombillas es de unos 49 días con una desviación de 5,92.

f) 1.000 : 24 = 41,67 → El 12 % de las bombillas no cumple lo anunciado.

g) 1.350 : 24 = 56,25 → Sí es cierto.

062 Se va a valorar la eficiencia de dos baterías para cámaras fotográficas.

Se repite el siguiente proceso 50 veces:

- Se recarga totalmente la batería.
- Se coloca en la cámara y se hace una fotografía cada tres segundos.
- Se cuenta el número de fotografías que ha sido posible hacer.

Los resultados han sido:

BATERÍA *A*	
N.º de fotos	f_i
[300, 350)	3
[350, 400)	12
[400, 450)	20
[450, 500)	13
[500, 550)	1
[550, 600)	1

BATERÍA *B*	
N.º de fotos	f_i
[320, 360)	5
[360, 400)	9
[400, 440)	19
[440, 480)	15
[480, 520)	2

a) Valora cuál es la media aritmética de fotografías que se puede hacer con una recarga de cada tipo de batería y su desviación típica.

b) ¿En cuál de los dos casos hay menor dispersión?

c) ¿Qué batería recomendarías comprar, sin considerar el precio? ¿Por qué?

a) $\overline{x} = \dfrac{21.250}{50} = 425$

$\sigma = \sqrt{\dfrac{9.156.250}{50} - 425^2} = \sqrt{2.500} = 50$ $\qquad CV = \dfrac{50}{425} = 0{,}12$

$\overline{x} = \dfrac{21.000}{50} = 420$

$\sigma = \sqrt{\dfrac{8.903.200}{50} - 420^2} = \sqrt{1.664} = 40{,}79$ $\qquad CV = \dfrac{40{,}79}{420} = 0{,}09$

b) La dispersión es menor en el caso de la batería *B*.

c) Sería más conveniente comprar la batería *B*, porque sus resultados están más centrados respecto de la media.

063 ●●●

A un laboratorio han llegado 24 botellas de agua, 12 botellas de 1 litro y 12 botellas de medio litro, para analizar su contenido en sales.

Se han obtenido los siguientes datos, expresados en mg.

Botellas de 1 litro:

46	25	27	30	48	40
27	44	37	62	56	29

Botellas de medio litro:

76	75	49	59	33	52
54	45	66	69	34	53

a) Clasifica la variable estadística de concentración de sales.

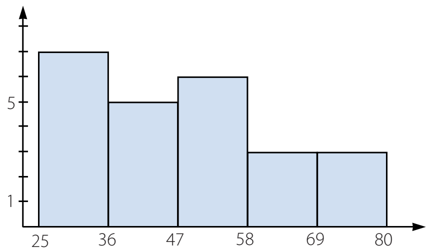
b) Justifica si es conveniente tomar o no intervalos al realizar una tabla.

a) La variable es cuantitativa continua.

b) Se pueden agrupar los datos en intervalos para realizar la tabla y facilitar su estudio.

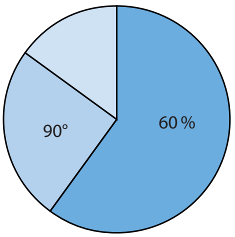
$\sqrt{24} = 4{,}9 \rightarrow 5$ intervalos $\qquad \dfrac{76 - 25}{\sqrt{24}} = 10{,}41$

Contenido (mg)	f_i
[25, 36)	7
[36, 47)	5
[47, 58)	6
[58, 69)	3
[69, 80)	3



PARA FINALIZAR...

064 Tenemos 120 datos que hemos clasificado en tres grupos y queremos representarlos mediante un diagrama de sectores. Analizando los distintos grupos hemos llegado a estas conclusiones.



- Sector 1: representa el primer conjunto de datos, y comprende el 60 % del diagrama.
- Sector 2: compuesto por el segundo grupo de datos, está representado por un ángulo de 90°.
- Sector 3: representa el tercer grupo de datos.

Construye el diagrama y calcula el número de datos que contiene cada sector.

Si el 60 % corresponde al primer conjunto de datos, como en total son 120 datos, en este grupo se encuentran: $0,6 \cdot 120 = 72$ datos.

Como el segundo sector es de 90° corresponde a una frecuencia relativa de 0,25; por tanto, en el segundo grupo hay: $0,25 \cdot 120 = 30$ datos.

Así, el tercer conjunto de datos está formado por: $120 - 72 - 30 = 18$ datos.

065 En un examen, en el que la puntuación varía entre 0 y 10, la media aritmética de los 12 primeros datos de la lista, en un grupo de 20 alumnos, fue 6,5.

¿Cuáles son los valores mínimo y máximo que puede tomar la media del grupo?

$$\frac{\text{Suma de 12 primeros}}{12} = 6,5 \rightarrow \text{Suma de 12 primeros} = 78$$

$$\overline{x} = \frac{78 + \text{Suma de 8 últimos}}{20}$$

El valor mínimo de la media se alcanza si los 8 últimos alumnos del grupo obtienen 0 como calificación, y entonces:

$$\overline{x} = \frac{78}{20} = 3,9$$

El valor máximo se obtiene si los 8 últimos alumnos consiguen 10 como calificación, en este caso:

$$\overline{x} = \frac{78 + 80}{20} = 7,9$$

066 La media de un conjunto de 12 datos es 6, y la media de otro conjunto con 13 datos es 5,5. ¿Cuál sería la media si uniéramos todos los datos en un único conjunto de 25 datos?

$$\overline{x} = \frac{6 \cdot 12 + 5,5 \cdot 13}{25} = 5,74$$

067 Se ha hecho un estudio del profesorado de Bachillerato a nivel nacional. Este estudio indica que entre los docentes menores de 40 años hay más mujeres que hombres: en concreto, están en la relación 11 a 10. Es decir, por cada 11 mujeres que ejercen la docencia en esta etapa educativa, hay 10 hombres que también desarrollan su función educadora en estos niveles.

Si la edad media de las profesoras es de 34 años y la de los profesores es de 32 años, ¿cuál es la media de edad de los docentes menores de 40 años en Bachillerato?

$$\overline{x} = \frac{34 \cdot 11n + 32 \cdot 10n}{11n + 10n} = \frac{694n}{21n} = 33{,}05 \text{ años}$$

068 **Las puntuaciones medias en un concurso de los chicos, las chicas, y los chicos y chicas conjuntamente, de dos centros *A* y *B*, sobre una puntuación máxima de 150 puntos, son las que se indican en la tabla.**

	A	*B*	*A* y *B*
Chicos	71	81	79
Chicas	76	90	
Chicos y chicas	74	84	

¿Cuál fue la media de las chicas de los dos centros a la vez?

Si x es el número de chicos del centro A e y es el número de chicas:

$$\frac{71x + 76y}{x + y} = 74 \rightarrow 3x - 2y = 0$$

Análogamente, si m es el número de chicos del centro B y n el de chicas:

$$\frac{81m + 90n}{m + n} = 84 \rightarrow 3m - 6n = 0$$

Y como x es el número de chicos del centro A y m es el número de chicos del centro B:

$$\frac{71x + 81m}{x + m} = 79 \rightarrow 8x - 2m = 0$$

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 0 \\ m - 2n = 0 \\ 4x - m = 0 \end{array}\right\} \rightarrow x = \frac{2}{3}y \rightarrow m = \frac{8}{3}y \rightarrow n = \frac{4}{3}y$$

Así, la media de las chicas de los dos centros es:

$$\frac{76y + 90 \cdot \frac{4}{3}y}{y + \frac{4}{3}y} = \frac{228y + 360y}{3y + 4y} = \frac{588y}{7y} = 84$$