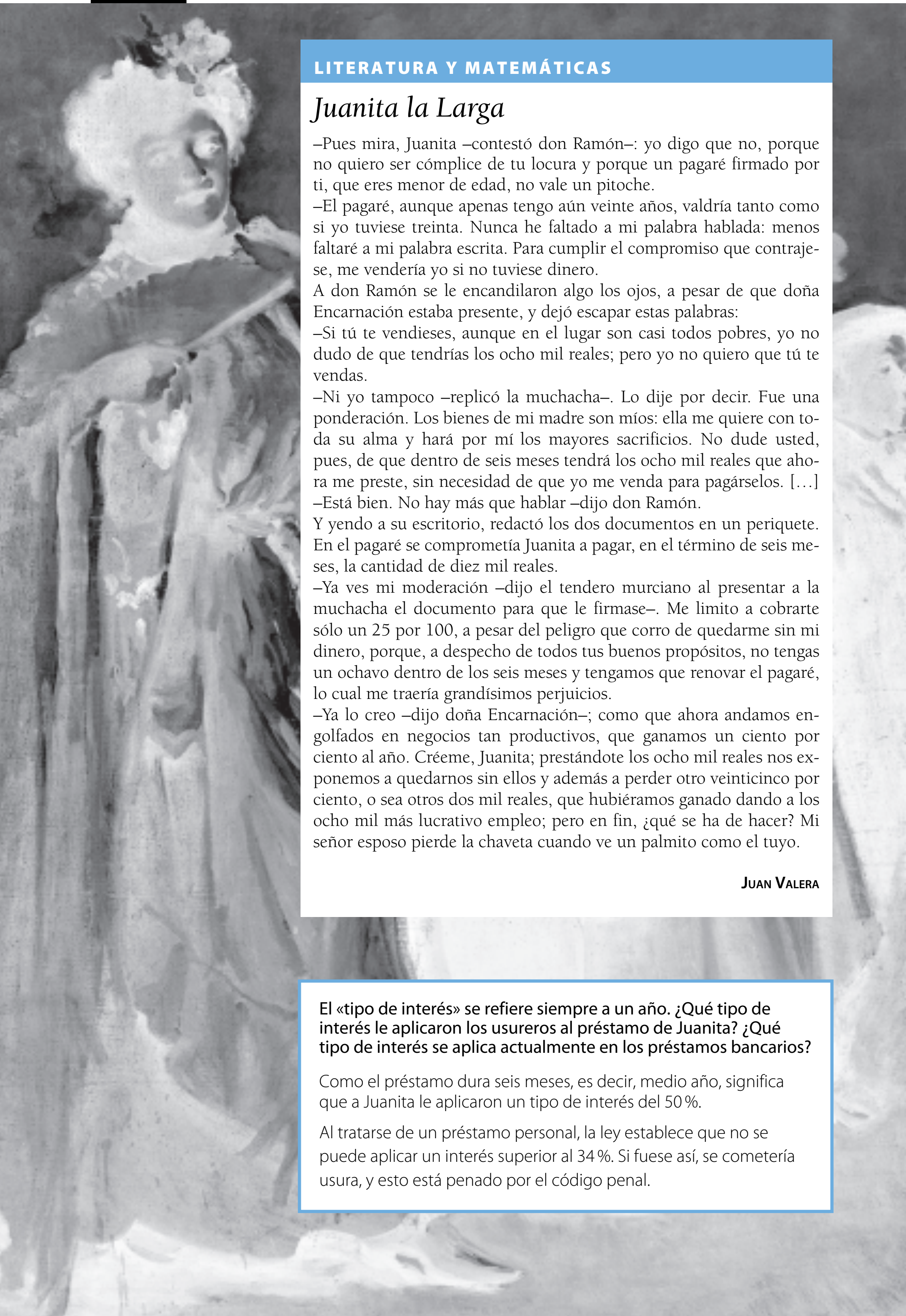
2 Aritmética mercantil



LITERATURA Y MATEMÁTICAS

Juanita la Larga

–Pues mira, Juanita –contestó don Ramón–: yo digo que no, porque no quiero ser cómplice de tu locura y porque un pagaré firmado por ti, que eres menor de edad, no vale un pitoche.

–El pagaré, aunque apenas tengo aún veinte años, valdría tanto como si yo tuviese treinta. Nunca he faltado a mi palabra hablada: menos faltaré a mi palabra escrita. Para cumplir el compromiso que contrajese, me vendería yo si no tuviese dinero.

A don Ramón se le encandilaron algo los ojos, a pesar de que doña Encarnación estaba presente, y dejó escapar estas palabras:

–Si tú te vendieses, aunque en el lugar son casi todos pobres, yo no dudo de que tendrías los ocho mil reales; pero yo no quiero que tú te vendas.

–Ni yo tampoco –replicó la muchacha–. Lo dije por decir. Fue una ponderación. Los bienes de mi madre son míos: ella me quiere con toda su alma y hará por mí los mayores sacrificios. No dude usted, pues, de que dentro de seis meses tendrá los ocho mil reales que ahora me preste, sin necesidad de que yo me venda para pagárselos. […]

–Está bien. No hay más que hablar –dijo don Ramón.

Y yendo a su escritorio, redactó los dos documentos en un periquete. En el pagaré se comprometía Juanita a pagar, en el término de seis meses, la cantidad de diez mil reales.

–Ya ves mi moderación –dijo el tendero murciano al presentar a la muchacha el documento para que le firmase–. Me limito a cobrarte sólo un 25 por 100, a pesar del peligro que corro de quedarme sin mi dinero, porque, a despecho de todos tus buenos propósitos, no tengas un ochavo dentro de los seis meses y tengamos que renovar el pagaré, lo cual me traería grandísimos perjuicios.

–Ya lo creo –dijo doña Encarnación–; como que ahora andamos engolfados en negocios tan productivos, que ganamos un ciento por ciento al año. Créeme, Juanita; prestándote los ocho mil reales nos exponemos a quedarnos sin ellos y además a perder otro veinticinco por ciento, o sea otros dos mil reales, que hubiéramos ganado dando a los ocho mil más lucrativo empleo; pero en fin, ¿qué se ha de hacer? Mi señor esposo pierde la chaveta cuando ve un palmito como el tuyo.

JUAN VALERA

El «tipo de interés» se refiere siempre a un año. ¿Qué tipo de interés le aplicaron los usureros al préstamo de Juanita? ¿Qué tipo de interés se aplica actualmente en los préstamos bancarios?

Como el préstamo dura seis meses, es decir, medio año, significa que a Juanita le aplicaron un tipo de interés del 50 %.

Al tratarse de un préstamo personal, la ley establece que no se puede aplicar un interés superior al 34 %. Si fuese así, se cometería usura, y esto está penado por el código penal.

ANTES DE COMENZAR… RECUERDA

001 Di cuáles son los términos a_1, a_3 y a_6 de las siguientes sucesiones.

a) 6, 7, 8, 9, 10, …

b) 0, −2, −4, −6, −8, …

c) 0; 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; …

d) −1, −1, −1, −1, −1, …

e) −2, −4, −8, −16, −32, …

f) 1, 2, 3, 5, 8, …

a) $a_1 = 6, a_3 = 8, a_6 = 11$

b) $a_1 = 0, a_3 = -4, a_6 = -10$

c) $a_1 = 0; a_3 = 0{,}01; a_6 = 0{,}00001$

d) $a_1 = -1, a_3 = -1, a_6 = -1$

e) $a_1 = -2, a_3 = -8, a_6 = -64$

f) $a_1 = 1, a_3 = 3, a_6 = 13$

002 Invéntate el término general de una sucesión, y calcula el valor de los términos 13, 25 y 64.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $a_n = 2n + 1$

$a_{13} = 27, a_{25} = 51, a_{64} = 129$

003 En una progresión geométrica, $a_1 = 51{,}2$ y $a_2 = 40{,}96$.

a) Calcula su razón y halla el término a_5.

b) Escribe su término general.

a) $r = \dfrac{40{,}96}{51{,}2} = 0{,}8$

$a_5 = 51{,}2 \cdot 0{,}8^4 = 20{,}97$

b) $a_n = 51{,}2 \cdot 0{,}8^{n-1}$

004 Dada una progresión geométrica con $a_1 = 5$ y $r = 1{,}2$:

a) Calcula el término general.

b) Halla la suma de los 8 primeros términos.

c) ¿Cuántos términos de la progresión tenemos que sumar para que dé 37,208?

a) $a_n = 5 \cdot 1{,}2^{n-1}$

b) $S_8 = \dfrac{5(1{,}2^8 - 1)}{1{,}2 - 1} = 82{,}49$

c) $\dfrac{5(1{,}2^n - 1)}{1{,}2 - 1} = 37{,}208 \rightarrow 5(1{,}2^n - 1) = 7{,}4416 \rightarrow 1{,}2^n - 1 = 1{,}48832$

$\rightarrow 1{,}2^n = 2{,}48832 \rightarrow \ln 1{,}2^n = \ln 2{,}48832 \rightarrow n \cdot \ln 1{,}2 = \ln 2{,}48832$

$\rightarrow n = \dfrac{\ln 2{,}48832}{\ln 1{,}2} = 5$ términos

005 Resuelve estas ecuaciones.

a) $3^{2x} = 45{,}3$ b) $2^{\frac{x}{4}} = 32$ c) $(3{,}05)^{2x} = 4.586{,}02$

a) $3^{2x} = 45{,}3 \rightarrow \ln 3^{2x} = \ln 45{,}3 \rightarrow 2x \cdot \ln 3 = \ln 45{,}3 \rightarrow 2x = \dfrac{\ln 45{,}3}{\ln 3} = 3{,}47 \rightarrow x = 1{,}73$

b) $2^{\frac{x}{4}} = 32 \rightarrow \ln 2^{\frac{x}{4}} = \ln 32 \rightarrow \dfrac{x}{4} \cdot \ln 2 = \ln 32 \rightarrow \dfrac{x}{4} = \dfrac{\ln 32}{\ln 2} = 5 \rightarrow x = 20$

c) $(3{,}05)^{2x} = 4.586{,}02 \rightarrow \ln (3{,}05)^{2x} = \ln 4.586{,}02 \rightarrow 2x \cdot \ln 3{,}05 = \ln 4.586{,}02$

$$\rightarrow 2x = \frac{\ln 4.586{,}02}{\ln 3{,}05} = 7{,}56 \rightarrow x = 3{,}78$$

006 Insertar anuncios en un periódico cuesta 10 € por 3 líneas de texto y cobran 3 € más por cada nueva línea. Construye la tabla que relaciona las magnitudes. ¿Son magnitudes directamente proporcionales?

Líneas	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio (€)	10	13	16	19	22	25	28	31

No son magnitudes directamente proporcionales, porque $\dfrac{10}{3} \neq \dfrac{13}{4}$.

007 Un comerciante compró 40 camisas a un fabricante por 250 €. ¿Cuánto le costaría comprar 75 camisas más?

$$\frac{40}{75} = \frac{250}{x} \rightarrow x = 468{,}75 \text{ €}$$

008 Un coche que va a 120 km/h realiza un trayecto en 5 horas. ¿Cuánto hubiese tardado circulando a 100 km/h?

$$\frac{100}{120} = \frac{5}{x} \rightarrow x = 6 \text{ horas}$$

009 En un restaurante han pagado 42 € por 70 barras de pan. ¿Cuánto pagarán por 85 barras?

$$\frac{70}{85} = \frac{42}{x} \rightarrow x = 51 \text{ €}$$

ACTIVIDADES

001 Una fábrica de muebles facturó 900.000 € el año pasado. Este año ha incrementado las ventas y ha obtenido una subida del 2 % sobre el total de la facturación del año anterior. ¿Cuánto dinero ha facturado este año? Si la subida se mantiene, ¿cuánto facturará el próximo año?

$900.000 \cdot 0{,}02 = 18.000$

Este año ha facturado: $900.000 + 18.000 = 918.000$ €

$918.000 \cdot 0{,}02 = 18.360$

El próximo año facturará: $918.000 + 18.360 = 936.360$ €

002 **El sueldo de una persona tiene dos componentes: el sueldo base y los complementos. En el primero tiene una subida del 3 %, mientras que los complementos suben el 5 %. ¿Puede afirmarse que la subida global del sueldo es del 4 %?**

No es cierto, ya que si el sueldo es: $b + c$, una subida del 4 % supone: $0{,}04(b + c)$

Sin embargo, una subida del 3 % en el sueldo base y una subida del 5 % en los complementos significan: $0{,}03b + 0{,}05c \neq 0{,}04b + 0{,}04c$

La igualdad es cierta cuando el sueldo base es igual a los complementos.

003 **Un electrodoméstico cuesta 464 €, con el IVA incluido. Si el porcentaje del IVA es del 16 %, ¿cuál es el precio sin ese impuesto?**

$$464 \cdot \frac{100}{116} = 400\text{ €}$$

004 **Una camisa, tras la rebaja de un 20 %, cuesta 32 €. ¿Cuál era el precio de la camisa antes de rebajarla?**

$$32 \cdot \frac{100}{80} = 40\text{ €}$$

005 **Un comerciante rebaja un producto un 15 %. Después, decide reducir el precio un 10 %. Cuando le llegan nuevas mercancías del producto, aplica una rebaja del 25 % sobre el precio que tenía inicialmente, y se da cuenta de que los precios finales no coinciden. ¿Por qué no son iguales las rebajas?**

No son iguales, porque si el precio se reduce primero un 15 % y después un 10 % el porcentaje es: $\frac{85}{100} \cdot \frac{90}{100} = \frac{76{,}5}{100}$, es decir, el precio se rebaja un 23,5 %.

006 **Por una cantidad de dinero, invertida en un depósito financiero a un interés del 3,5 % anual durante 3 años, hemos recibido 735 € como intereses. ¿Qué cantidad inicial era?**

$$735 = \frac{C_0 \cdot 3{,}5 \cdot 3}{100} \rightarrow C_0 = 7.000\text{ €}$$

007 **¿Qué interés ofrece una cuenta bancaria en la que, invirtiendo 5.000 € durante dos años, obtienes unos intereses de 400 €?**

$$400 = \frac{5.000 \cdot r \cdot 2}{100} \rightarrow r = 4\%$$

008 **Un banco tiene dos clases de depósitos.**

- **Uno con un interés del 4,75 % anual durante 5 años.**
- **Otro que tiene también una duración de 5 años, con un interés del 6 % anual durante los 3 primeros años, y en el que regalan un televisor valorado en 580 € por los 2 últimos años.**

Si invierto 5.000 €, ¿qué depósito es más ventajoso?

Un depósito en el primer banco produce: $I = \dfrac{5.000 \cdot 4{,}75 \cdot 5}{100} = 1.187{,}50$ €

Y en el segundo banco produce: $I = \dfrac{5.000 \cdot 6 \cdot 3}{100} = 900$ €

En total, se generan: $900 + 580 = 1.480$ €.

Por tanto, el segundo depósito es más ventajoso.

009 **Una empresa recibe un crédito al 8 % anual, con la condición de devolver en un solo pago la cantidad prestada más los intereses. ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse la deuda?**

$$C_f = 2C_0 \rightarrow 2C_0 = C_0\left(1 + \frac{8}{100}\right)^t \rightarrow 2 = 1{,}08^t \rightarrow \ln 2 = \ln 1{,}08^t \rightarrow t \cdot \ln 1{,}08 = \ln 2$$
$$\rightarrow t = \frac{\ln 2}{\ln 1{,}08} = 9$$

La deuda, independientemente de la cantidad prestada, se duplicará en 9 años.

010 **Depositamos 5.000 € en un banco al 4 % de interés compuesto anual. Di cuál será el capital que obtendremos al cabo de 3 años si recibimos los intereses:**

a) Cada semestre. **b) Cada trimestre.**

a) $C_f = 5.000\left(1 + \dfrac{4}{200}\right)^6 = 5.630{,}81$ €

b) $C_f = 5.000\left(1 + \dfrac{4}{400}\right)^{12} = 5.634{,}12$ €

011 **A Alberto le ingresan en una cuenta bancaria 500 € cada año durante 10 años. Si la cuenta le aporta un 4,5 % anual, ¿qué capital se acumulará al cabo de ese tiempo?**

$$C_f = 450(1 + 0{,}045)\,\frac{(1 + 0{,}045)^{10} - 1}{0{,}045} = 5.778{,}53 \text{ €}$$

012 **Un plan de jubilación al 3 % anual implica aportaciones de 960 € al año. Si tengo 48 años, ¿qué capital obtendré a las siguientes edades de jubilación?**

a) A los 60 años. **b) A los 65 años.**

a) $C_f = 960(1 + 0{,}03)\,\dfrac{(1 + 0{,}03)^{12} - 1}{0{,}03} = 14.033{,}08$ €

b) $C_f = 960(1 + 0{,}03)\,\dfrac{(1 + 0{,}03)^{17} - 1}{0{,}03} = 21.517{,}86$ €

013 **Un ayuntamiento obtiene un préstamo al 2,5 % de interés de 10 millones de euros para efectuar diversas obras. El préstamo ha de devolverse en 10 anualidades. ¿Cuál será el importe de cada una?**

$$10.000.000 = C_0\,\frac{(1 + 0{,}025)^{10} - 1}{0{,}025(1 + 0{,}025)^{10}} \rightarrow C_0 = 1.142.587{,}63 \text{ €}$$

014 **Compramos una vivienda por un valor de 240.000 €. Damos una entrada de 20.000 € y el resto se financia mediante una hipoteca al 5 % de interés anual durante 20 años. ¿Cuál será el importe de cada cuota anual?**

$$220.000 = C_0 \frac{(1+0,05)^{20}-1}{0,05(1+0,05)^{20}} \rightarrow C_0 = 17.653,37 \text{ €}$$

015 **Elabora la tabla de amortización correspondiente a las 6 anualidades de un préstamo de 20.000 € al 6 % de interés anual.**

$$20.000 = C_0 \frac{(1+0,06)^{6}-1}{0,06(1+0,06)^{6}} \rightarrow C_0 = 4.067,25 \text{ €}$$

La cuota anual será de 4.067,25 €.

Anualidad	Intereses del período (€)	Capital amortizado (€)	Cuota anual (€)	Capital pendiente (€)
0				20.000,00
1	1.200,00	2.867,25	4.067,25	17.132,75
2	1.027,97	3.039,29	4.067,25	14.093,46
3	845,61	3.221,64	4.067,25	10.871,82
4	652,31	3.414,94	4.067,25	7.456,88
5	447,41	3.619,84	4.067,25	3.837,04
6	230,22	3.837,03	4.067,25	0

016 **Tenemos un préstamo de 60.000 € al 4,5 % a 15 años. Al cabo de 5 cuotas anuales cancelamos el préstamo. ¿Cuál es el capital pendiente en ese momento?**

$$60.000 = C_0 \frac{(1+0,045)^{15}-1}{0,045(1+0,045)^{15}} \rightarrow C_0 = 5.586,83 \text{ €}$$

La cuota anual será de 5.586,83 €.

Anualidad	Intereses del período (€)	Capital amortizado (€)	Cuota anual (€)	Capital pendiente (€)
0				60.000,00
1	2.700,00	2.886,83	5.586,83	57.113,17
2	2.570,09	3.016,74	5.586,83	54.096,43
3	2.434,34	3.152,49	5.586,83	50.943,94
4	2.292,48	3.294,35	5.586,83	47.649,59
5	2.144,23	3.442,60	5.586,83	44.206,99

El capital pendiente es 44.206,99 €.

017 **Julia ha ingresado 70.000 € a los 60 años, para recibirlos, a partir de los 65 años, en mensualidades durante el resto de su vida. Si el banco efectúa la operación al 5 % anual, ¿cuánto dinero recibirá cada mes?**

Al depositar 70.000 € a los 60 años se acumula durante 5 años el capital correspondiente al 5 % anual con pagos mensuales:

$$C_f = 70.000\left(1+\frac{5}{1.200}\right)^{60} = 89.835{,}11\ €$$

Así, la cantidad mensual que recibirá Julia durante el resto de su vida es:

$$89.835{,}11 = C_0\frac{\left(1+\frac{0{,}05}{12}\right)^{12\cdot 21{,}12}-1}{\frac{0{,}05}{12}\left(1+\frac{0{,}05}{12}\right)^{12\cdot 21{,}12}} = C_0\frac{\left(1+\frac{0{,}05}{12}\right)^{253{,}44}-1}{\frac{0{,}05}{12}\left(1+\frac{0{,}05}{12}\right)^{253{,}44}} \rightarrow C_0 = 574{,}64\ €$$

018 **Daniel ha hecho un plan de jubilación al 4 % anual en el que ingresa 600 € anuales durante 15 años. Tras este período, el banco le pagará mensualmente una cantidad durante toda su vida. ¿Cuál es esa cantidad?**

Si se ingresan 600 € anuales, durante 15 años al 4 % anual, la cantidad acumulada es:

$$C_f = 600(1+0{,}04)\frac{(1+0{,}04)^{15}-1}{0{,}04} = 12.494{,}72\ €$$

A partir de los 65 años el pago mensual del banco durante el resto de su vida es:

$$12.494{,}72 = C_0\frac{\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)^{12\cdot 17{,}19}-1}{\frac{0{,}04}{12}\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)^{12\cdot 17{,}19}} = C_0\frac{\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)^{206{,}28}-1}{\frac{0{,}04}{12}\left(1+\frac{0{,}04}{12}\right)^{206{,}28}} \rightarrow C_0 = 83{,}86\ €$$

019 **Halla la Tasa Anual Equivalente de un depósito financiero que ofrece el 4,75 % de interés anual con abonos de intereses trimestrales.**

$$\text{TAE} = \left[\left(1+\frac{0{,}0475}{4}\right)^{4}-1\right]\cdot 100 = 4{,}84\,\%$$

020 **Una entidad bancaria abona intereses mensuales. En su publicidad se destaca que la TAE es del 4 %. ¿Cuál es el interés anual de la operación?**

$$\left[\left(1+\frac{i}{12}\right)^{12}-1\right]\cdot 100 = 4 \rightarrow \left(1+\frac{i}{12}\right)^{12}-1 = 0{,}04 \rightarrow \left(1+\frac{i}{12}\right)^{12} = 1{,}04$$

$$\rightarrow 1+\frac{i}{12} = 1{,}0033 \rightarrow \frac{i}{12} = 0{,}0033 \rightarrow i = 0{,}039$$

El interés anual es del 3,9 %.

021 **Con base 2002, elabora la tabla de números índice de la evolución de la población en cuatro autonomías.**

	2002	2004	2006	2008
Andalucía	7.403.968	7.606.848	7.849.799	8.059.461
Aragón	1.187.546	1.230.090	1.269.027	1.296.655
C. Valenciana	4.202.608	4.470.885	4.692.449	4.885.029
Extremadura	1.073.381	1.073.094	1.083.879	1.089.990

$\frac{7.606.848}{7.403.968} \cdot 100 = 102,74$ $\frac{7.849.799}{7.403.968} \cdot 100 = 106,02$ $\frac{8.059.461}{7.403.968} \cdot 100 = 108,85$

$\frac{1.230.090}{1.187.546} \cdot 100 = 103,58$ $\frac{1.269.027}{1.187.546} \cdot 100 = 106,86$ $\frac{1.296.655}{1.187.546} \cdot 100 = 109,19$

$\frac{4.470.885}{4.202.608} \cdot 100 = 106,38$ $\frac{4.692.449}{4.202.608} \cdot 100 = 111,66$ $\frac{4.885.029}{4.202.608} \cdot 100 = 116,24$

$\frac{1.073.094}{1.073.381} \cdot 100 = 99,97$ $\frac{1.083.879}{1.073.381} \cdot 100 = 100,98$ $\frac{1.089.990}{1.073.381} \cdot 100 = 101,55$

	2002	2004	2006	2008
Andalucía	100	103	106	109
Aragón	100	104	107	109
C. Valenciana	100	106	112	116
Extremadura	100	100	101	102

022 **Elabora una tabla de números índice a partir de los datos de la tabla de la actividad anterior, tomando los datos de 2004 como índice 100.**

a) ¿Qué diferencias sustanciales aprecias con respecto a la tabla de números índice de la actividad anterior?

b) Representa gráficamente la nueva tabla de números índice.

$\frac{7.403.968}{7.606.848} \cdot 100 = 97,33$ $\frac{7.849.799}{7.606.848} \cdot 100 = 103,19$ $\frac{8.059.461}{7.606.848} \cdot 100 = 105,95$

$\frac{1.187.546}{1.230.090} \cdot 100 = 96,54$ $\frac{1.269.027}{1.230.090} \cdot 100 = 103,17$ $\frac{1.296.655}{1.230.090} \cdot 100 = 105,41$

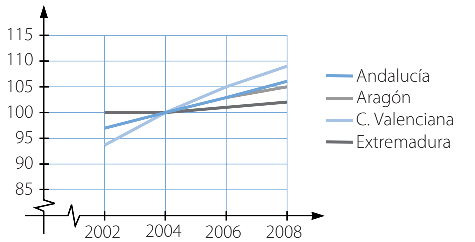
$\frac{4.202.608}{4.470.885} \cdot 100 = 93,99$ $\frac{4.692.449}{4.470.885} \cdot 100 = 104,96$ $\frac{4.885.029}{4.470.885} \cdot 100 = 109,26$

$\frac{1.073.381}{1.073.094} \cdot 100 = 100,03$ $\frac{1.083.879}{1.073.094} \cdot 100 = 101,01$ $\frac{1.089.990}{1.073.094} \cdot 100 = 101,57$

	2002	2004	2006	2008
Andalucía	97	100	103	106
Aragón	97	100	103	105
C. Valenciana	94	100	105	109
Extremadura	100	100	101	102

a) Los números índice del año 2006 son los que más varían de una tabla a otra según el año que se toma como referencia.

b)



023 **Tomando solo los 5 primeros grupos, con sus respectivas ponderaciones, y las variaciones correspondientes de la tabla del ejemplo, calcula el IPC de ese mes.**

$0{,}4 \cdot 0{,}2028 + 0{,}9 \cdot 0{,}0267 + 0{,}1 \cdot 0{,}0881 + (-1) \cdot 0{,}1026 + 0{,}1 \cdot 0{,}0667 = 0{,}01803$

El aumento de los precios fue, aproximadamente, del 0,02 %.

024 **Halla el valor equivalente en 2007 a 100 € del año 2001 con los datos del IPC de la tabla anterior. Halla el valor equivalente en 2004 de 100 € del 2007.**

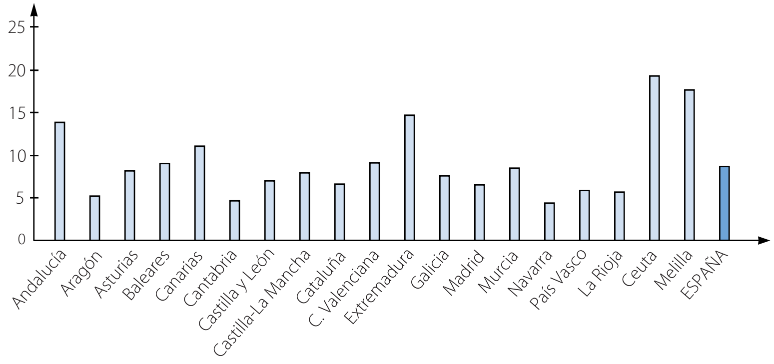
IPC acumulado $= 2{,}7 + 4 + 2{,}6 + 3{,}2 + 3{,}7 + 2{,}7 = 18{,}9\,\%$

Así, el valor equivalente a 100 € del año 2001 en 2007 es 118,90 €.

IPC acumulado $= 3{,}2 + 3{,}7 + 2{,}7 = 9{,}6\,\%$

Por tanto, 100 € de 2007 equivalen a 90,40 € de 2004.

025 **A partir de la EPA del último trimestre de 2007, realiza un diagrama de barras referido a las comunidades autónomas.**



026 **Deduce, en la tabla anterior de la EPA, qué filas y columnas se pueden obtener a partir de otras filas y columnas, respectivamente.**

Como los valores totales de la población se distribuyen entre los activos y los inactivos, y este dato no se da en la tabla, no se pueden obtener los valores correspondientes.

Los porcentajes de tasa de actividad se obtienen calculando:

$$\text{Tasa de actividad} = \frac{\text{Activos}}{\text{Población}} \cdot 100$$

Como las personas que trabajan y las personas que se encuentran en paro forman el colectivo de los activos, para calcular los porcentajes de la tasa de paro se calcula:

$$\text{Tasa de paro} = \frac{\text{Parados}}{\text{Activos}} \cdot 100$$

027 En una empresa hay 420 empleados. El 30 % trabaja en las oficinas, el 55 % en el taller, y el resto en las tiendas. Halla el número de empleados de cada departamento.

$0{,}3 \cdot 420 = 126$ personas trabajan en las oficinas.

$0{,}55 \cdot 420 = 231$ personas trabajan en el taller.

$0{,}15 \cdot 420 = 63$ personas trabajan en las tiendas.

028 El 25 % de los coches de una empresa es de color azul, el 30 % es rojo y los 144 coches restantes son verdes. ¿Cuántos coches tiene la empresa?

$100 - 25 - 30 = 45$ % de los coches son verdes.

$0{,}45 \cdot x = 144 \rightarrow x = 320$ coches

029 María ha comprado una maceta, una mesa de terraza y un juego de herramientas. La maceta ha supuesto el 20 % de la compra, mientras que la mesa de terraza ha sido el 45 %. Si el juego de herramientas costaba 238 €, ¿a cuánto ascendía la compra?

$100 - 20 - 45 = 35$ % de la compra corresponde al juego de herramientas.

$0{,}35 \cdot x = 238 \rightarrow x = 680$ € es el importe total.

030 Juan ha realizado hoy las siguientes operaciones en su cuenta de valores bursátiles.

- Vendió las acciones de la empresa *A* por 650 €, que el año pasado le habían costado 520 €.
- La semana pasada compró acciones de la empresa *B* por 1.200 € y hoy ha decidido venderlas por 1.056 €.

¿Qué porcentajes ganó y perdió en las dos operaciones?

$\frac{650}{520} = 1{,}25 \rightarrow$ Ha ganado un 25%. $\frac{1.056}{1.200} = 0{,}88 \rightarrow$ Ha perdido un 12%.

031 En la oficina de recaudación de impuestos del ayuntamiento hay un cartel que indica:

> Los recibos que se abonen fuera de plazo tendrán un recargo del 15 %

a) Pilar tiene un recibo por un importe de 46 €. ¿Qué recargo van a cobrarle?

b) Teresa ha pagado 86,40 € por un recibo más su recargo. ¿A cuánto ascendía el recibo inicialmente?

c) Jesús ha tenido que pagar 25,20 € de recargo por retrasarse en el pago. ¿De cuánto era el recibo?

a) $46 \cdot 1{,}15 = 52{,}90$ €

b) $x \cdot 1{,}15 = 86{,}40 \rightarrow x = 75{,}13$ €

c) $x \cdot 0{,}15 = 25{,}20 \rightarrow x = 168$ €

032 ●●○ Daniel compró una plaza de garaje por 18.000 €. El año pasado se la vendió a Miguel ganando un 15 %. Esta semana Miguel ha cerrado un trato con Eva por el que le vende la plaza, ganando en el negocio un 20 %. Determina los precios a los que Miguel y Eva compraron la plaza. ¿Es cierto que entre el precio que pagó Daniel y el que pagó Eva existe una diferencia de un 15 % + 20 % = 35 %? Si no es cierto, explica las razones.

Si Daniel ganó un 15 %, significa que vendió la plaza de garaje por:
$18.000 \cdot 1{,}15 = 20.700$ €

Y si Miguel obtiene un 20 % de beneficio es porque le vende la plaza a Eva por:
$20.700 \cdot 1{,}20 = 24.840$ €

No es cierto, ya que la diferencia entre los precios que pagaron Daniel y Eva es:
$\frac{24.840}{18.000} = 1{,}38$; es decir, el aumento ha sido del 38 %, ya que el incremento del 20 % corresponde al precio pagado por Miguel, y no por Daniel.

033 ●●○ Esta tabla muestra el número de infracciones urbanísticas denunciadas durante los últimos años.

Año	2003	2004	2005	2006
N.º de infracciones	60	72	103	92

a) ¿Cuál fue el porcentaje de aumento entre 2003 y 2004? ¿Y entre 2004 y 2005?
b) ¿En qué porcentaje disminuyó el número de denuncias entre 2005 y 2006?
c) ¿Cuántas denuncias hubo en 2007 si las denuncias respecto a 2006 aumentaron un 13 %?

a) Entre 2003 y 2004: $\frac{72}{60} = 1{,}2 \rightarrow$ El aumento fue del 20 %.

Entre 2004 y 2005: $\frac{103}{72} = 1{,}43 \rightarrow$ El aumento fue del 43 %.

b) $\frac{92}{103} = 0{,}89 \rightarrow$ La disminución fue del 11 %.

c) Si el aumento fue del 13 %, entonces: $\frac{x}{92} = 1{,}13 \rightarrow x = 103{,}96$

Por tanto, en 2007 hubo 104 denuncias.

034 ●○○ ¿Cuánto dinero producen 15.000 € al 6 % de interés en un año? ¿Y si tenemos que retirar el dinero tres meses antes del plazo, pero nos entregan la parte proporcional?

En un año:

$$I = \frac{15.000 \cdot 6 \cdot 1}{100} = 900 \text{ €}$$

Como 9 meses = 0,75 años, a los nueve meses:

$$I = \frac{15.000 \cdot 6 \cdot 0{,}75}{100} = 675 \text{ €}$$

035 ¿A qué rédito anual se invirtieron 1.250 € si al cabo del año han producido 30 € de interés?

$$\frac{1.250 \cdot r \cdot 1}{100} = 30 \rightarrow r = 2,4\ \%$$

036 Belén invierte en Letras del Tesoro una cantidad de 35.600 €. Esta inversión produce cada año un 3,2 % de interés que le ingresan en su cuenta bancaria. ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de 8 años?

$$I = \frac{35.600 \cdot 3,2 \cdot 8}{100} = 9.113,60\ €$$

037 Andrés le pidió un préstamo a Jesús de 15.000 €, y se comprometió a devolvérselo en cinco años y pagarle, al final de cada año, un 2,8 % de intereses del dinero que le prestó. Completa la tabla, en la que Jesús ha ido anotando los pagos que le ha hecho Andrés.

$$I = \frac{15.000 \cdot 2,8 \cdot 1}{100} = 420\ €$$

Año	2003	2004	2005	2006	2007
Cantidad	420	420	420	420	15. 420

038 María le ha prestado dinero a su hermana Beatriz con un interés del 3 %. Con los datos reflejados en la tabla, deduce la cantidad que María le ha prestado a Beatriz.

Año	2004	2005	2006	2007
Cantidad	135	135	135	4.635

$$4.635 - 135 = 4.500$$

$$\frac{135}{4.500} = 0,03 \rightarrow 3\ \%$$

Por tanto, María le ha prestado 4.500 €.

039 Esther consiguió que un banco le prestara 25.000 € con la condición de que devolvería en un solo plazo todo el dinero, más el 5 % por cada año que tardase en devolverlo. Después de varios años, ha pagado 35.000 € y ha cancelado su deuda. ¿Cuántos años ha tardado en cancelar su deuda?

$$35.000 - 25.000 = 10.000$$

$$\frac{25.000 \cdot 5 \cdot t}{100} = 10.000 \rightarrow t = 8 \text{ años}$$

040 Calcula en qué se convertirán 1.200 € si los ingresamos:

a) Durante 8 años, a un interés compuesto del 4 %.

b) Durante 6 años, a un 6 % de interés compuesto.

c) Durante 4 años, a un 8 % de interés compuesto.

a) $C_f = 1.200\left(1+\dfrac{4}{100}\right)^8 = 1.642{,}28$ €

b) $C_f = 1.200\left(1+\dfrac{6}{100}\right)^6 = 1.702{,}22$ €

c) $C_f = 1.200\left(1+\dfrac{8}{100}\right)^4 = 1.632{,}59$ €

041 El capital final de una inversión es de 31.633 €. ¿Cuánto dinero ingresé hace 6 años a un 4 % anual, pagando los intereses y acumulándolos al capital al final de cada año?

$$31.633 = C_0\left(1+\dfrac{4}{100}\right)^6 \rightarrow C_0 = 25.000 \text{ €}$$

042 ¿A qué rédito anual estaba sometida una operación bancaria por la que 120 € se convirtieron, al cabo de 5 años, en 146 €?

$$146 = 120\left(1+\dfrac{r}{100}\right)^5 \rightarrow \left(1+\dfrac{r}{100}\right)^5 = 1{,}22 \rightarrow 1+\dfrac{r}{100} = 1{,}04 \rightarrow r = 4\ \%$$

043 Ingreso 20.000 € en un banco y se comprometen a pagarme un 3 % anual, abonando los intereses semestralmente. ¿Cuánto dinero tengo al cabo de 5 años?

$$C_f = 20.000\left(1+\dfrac{3}{200}\right)^{5\cdot 2} = 23.210{,}82 \text{ €}$$

044 Un banco que opera por Internet ofrece su *cuenta verde* a un 4,5 % anual de interés que se paga mensualmente. Si abro una cuenta con 12.000 € y acumulo en esa cuenta los intereses mensuales que me pagan, ¿cuánto dinero tendré al cabo de 2 años?

$$C_f = 12.000\left(1+\dfrac{4{,}5}{1.200}\right)^{2\cdot 12} = 13.127{,}88 \text{ €}$$

045 Jacinto acude a una caja de ahorros con el propósito de abrir una cuenta con 1.400 € y mantenerla durante 4 años. Le ofrecen tres alternativas:

a) Un rédito del 3,49 % anual, con pago trimestral de intereses.
b) Un rédito del 3,5 % anual, pagando los intereses cada semestre.
c) Un rédito del 3,51 % anual, pagando los intereses anuales.

¿Cuál es la opción que más le interesa?

a) $C_f = 1.400\left(1+\dfrac{3{,}49}{400}\right)^{4\cdot 4} = 1.608{,}76$ €

b) $C_f = 1.400\left(1+\dfrac{3{,}5}{200}\right)^{4\cdot 2} = 1.608{,}43$ €

c) $C_f = 1.400\left(1+\dfrac{3{,}51}{100}\right)^{4} = 1.607{,}15$ €

La opción más interesante es la del apartado a).

046 Germán abrió tres cuentas hace cinco años, cada una de ellas con 2.000 €. Las condiciones eran:

a) Rédito anual: *a* %. Pago trimestral de intereses.
b) Rédito anual: *b* %. Pago semestral de intereses.
c) Rédito anual: *c* %. Pago trimestral de intereses.

Actualmente tiene en las cuentas: 2.322,37 €, 2.378,89 € y 2.433,31 €, respectivamente.

¿Qué valor tienen *a*, *b* y *c*?

a) $2.322{,}37 = 2.000\left(1+\dfrac{a}{400}\right)^{5\cdot 4} \rightarrow \left(1+\dfrac{a}{400}\right)^{20} = 1{,}16$

$\rightarrow 1+\dfrac{a}{400} = 1{,}0075 \rightarrow a = 3\,\%$

b) $2.378{,}89 = 2.000\left(1+\dfrac{b}{200}\right)^{5\cdot 2} \rightarrow \left(1+\dfrac{b}{200}\right)^{10} = 1{,}19$

$\rightarrow 1+\dfrac{b}{200} = 1{,}0175 \rightarrow b = 3{,}5\,\%$

c) $2.433{,}31 = 2.000\left(1+\dfrac{c}{400}\right)^{5\cdot 4} \rightarrow \left(1+\dfrac{c}{400}\right)^{20} = 1{,}22$

$\rightarrow 1+\dfrac{c}{400} = 1{,}0099 \rightarrow c = 3{,}94\,\%$

047 Calcula a cuánto ascenderá la anualidad que hay que pagar para amortizar un crédito de 120.000 € en 10 años al 6 % de interés.

$$120.000 = C_0\,\frac{(1+0{,}06)^{10}-1}{0{,}06(1+0{,}06)^{10}} \rightarrow C_0 = 16.304{,}15\ €$$

048 Un plan de jubilación exige que quien lo suscriba aporte 2.400 € cada año. Si le aplican un 4 % de interés, ¿qué capital se habrá formado al cabo de 15 años?

$$C_f = 2.400(1+0{,}04)\frac{(1+0{,}04)^{15}-1}{0{,}04} = 49.978{,}87 \text{ €}$$

049 Marta quiere comprarse un piso, pero necesita pedir dinero prestado a su banco.

Si ella puede pagar un máximo de 7.200 € anuales, y el banco presta dinero al 4 % para hipotecas de 25 años de duración, ¿cuánto dinero puede pedir prestado, como máximo?

$$C_f = 7.200 \cdot \frac{(1+0{,}04)^{25}-1}{0{,}04(1+0{,}04)^{25}} = 112.478{,}98 \text{ € como máximo}$$

050 Matías quiere formar en 20 años un capital de 60.000 €. Una caja de ahorros le ofrece invertir al 3,5 %. ¿Qué cantidad anual deberá aportar?

$$60.000 = C_0(1+0{,}035)\frac{(1+0{,}035)^{20}-1}{0{,}035} \rightarrow C_0 = 2.049{,}92 \text{ €}$$

051 Carmen se va a comprar un coche, y para ello va a pedir un préstamo de 12.000 € que devolverá en cinco años.

a) ¿Cuál será la anualidad que pagará si le piden un 8 % de interés?

b) ¿Y si le hacen una rebaja del tipo y se lo dejan en el 6,5 %?

a) $12.000 = C_0 \dfrac{(1+0{,}08)^5-1}{0{,}08(1+0{,}08)^5} \rightarrow C_0 = 3.005{,}48 \text{ €}$

b) $12.000 = C_0 \dfrac{(1+0{,}065)^5-1}{0{,}065(1+0{,}065)^5} \rightarrow C_0 = 2.887{,}61 \text{ €}$

052 Andrés está pagando 220 € al año al amortizar un crédito que el banco le concedió para comprarse un ordenador. Las condiciones eran que debería devolver el dinero en 4 años y que le aplicaban un 5 % de interés. ¿Cuánto dinero pidió prestado?

$$C_f = 220 \cdot \frac{(1+0{,}05)^4 - 1}{0{,}05(1+0{,}05)^4} = 780{,}11\ €$$

053 Julián ha firmado un contrato por el que se compromete a vender una casa por 120.000 € dentro de 6 años a su amigo Juan. Este decide aportar dinero cada año para constituir el capital que necesita. Un banco le ofrece pagarle un 3 % de interés. ¿Cuánto dinero tendrá que aportar anualmente para conseguir los 120.000 €?

$$120.000 = C_0(1+0{,}03)\,\frac{(1+0{,}03)^6 - 1}{0{,}03} \rightarrow C_0 = 18.011{,}36\ €$$

054 Calcula la mensualidad que hay que pagar para amortizar un crédito de 120.000 € al 5 % durante 30 años.

$$120.000 = C_0\,\frac{\left(1+\frac{0{,}05}{12}\right)^{360} - 1}{\frac{0{,}05}{12}\left(1+\frac{0{,}05}{12}\right)^{360}} \rightarrow C_0 = 644{,}19\ €$$

055 Determina la deuda contraída por una persona que está pagando 180 € al mes durante 20 años, sabiendo que es una hipoteca con un tipo de interés del 6 %.

$$C_f = 180 \cdot \frac{\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right)^{240} - 1}{\frac{0{,}06}{12}\left(1+\frac{0{,}06}{12}\right)^{240}} = 25.124{,}54\ €$$

056 Halla el tiempo que tardaría en pagar un préstamo de 105.000 € al 6 % anual si abono una cuota anual de 8.500 €.

$$105.000 = 8.500 \cdot \frac{(1+0{,}06)^t - 1}{0{,}06(1+0{,}06)^t} \rightarrow 12{,}35 = \frac{1{,}06^t - 1}{0{,}06 \cdot 1{,}06^t} \rightarrow 0{,}74 \cdot 1{,}06^t = 1{,}06^t - 1$$

$$\rightarrow 0{,}26 \cdot 1{,}06^t = 1 \rightarrow 1{,}06^t = 3{,}86 \rightarrow \ln 1{,}06^t = \ln 3{,}86 \rightarrow t = \frac{\ln 3{,}86}{\ln 1{,}06} = 23{,}2 \text{ años}$$

057 Determina el tiempo que tardaría en pagar un préstamo de 88.000 € al 4,75 % anual, si pago una cuota mensual de 955 €.

$$88.000 = 955 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,0475}{12}\right)^{12t} - 1}{\frac{0,0475}{12}\left(1 + \frac{0,0475}{12}\right)^{12t}} \to 92,15 = \frac{1,004^{12t} - 1}{0,004 \cdot 1,004^{12t}}$$

$$\to 0,37 \cdot 1,004^{12t} = 1,004^{12t} - 1 \to 0,63 \cdot 1,004^{12t} = 1 \to 1,004^{12t} = 1,58$$

$$\to \ln 1,004^{12t} = \ln 1,58 \to 12t = \frac{\ln 1,58}{\ln 1,004} \to 12t = 115,18 \to t = 9,6 \text{ años}$$

058 Haz la tabla de amortización anual de un crédito bancario de 183.000 €, a un interés del 5,25 % anual, durante 20 años.

$$183.000 = C_0 \frac{(1 + 0,0525)^{20} - 1}{0,0525(1 + 0,0525)^{20}} \to C_0 = 14.997,27 \text{ €}$$

La cuota anual será de 14.997,27 €.

Anualidad	Intereses del período (€)	Capital amortizado (€)	Cuota anual (€)	Capital pendiente (€)
0				183.000,00
1	9.607,50	5.389,77	14.997,27	177.610,23
2	9.324,54	5.672,73	14.997,27	171.937,50
3	9.026,72	5.970,55	14.997,27	165.966,95
4	8.713,26	6.284,01	14.997,27	159.682,94
5	8.383,35	6.613,92	14.997,27	153.069,02
6	8.036,12	6.961,15	14.997,27	146.107,87
7	7.670,66	7.326,61	14.997,27	138.781,26
8	7.286,02	7.711,25	14.997,27	131.070,01
9	6.881,18	8.116,09	14.997,27	122.953,92
10	6.455,08	8.542,19	14.997,27	114.411,73
11	6.006,62	8.990,65	14.997,27	105.421,08
12	5.534,61	9.462,66	14.997,27	95.958,42
13	5.037,82	9.959,45	14.997,27	85.998,97
14	4.514,95	10.482,32	14.997,27	75.516,65
15	3.964,62	11.032,65	14.997,27	64.484,00
16	3.385,41	11.611,86	14.997,27	52.872,14
17	2.775,79	12.221,48	14.997,27	40.650,66
18	2.134,16	12.863,11	14.997,27	27.787,55
19	1.458,85	13.538,42	14.997,27	14.249,13
20	748,08	14.249,19	14.997,27	0

059 Elabora la tabla de amortización mensual de un crédito bancario de 86.000 €, a un interés del 6,75 % anual, durante 15 años.

$$86.000 = C_0 \frac{\left(1+\dfrac{0{,}0675}{12}\right)^{15\cdot 12}-1}{\dfrac{0{,}0675}{12}\left(1+\dfrac{0{,}0675}{12}\right)^{15\cdot 12}} \rightarrow C_0 = 761{,}02\ €$$

La cuota anual será de 761,02 €.

Anualidad	Intereses del período (€)	Capital amortizado (€)	Cuota anual (€)	Capital pendiente (€)
0				86.000,00
1	483,75	277,27	761,02	85.722,73
2	482,19	278,83	761,02	85.443,90
3	480,62	280,40	761,02	85.163,50
4	479,04	281,98	761,02	84.881,53
5	477,46	283,56	761,02	84.597,97
6	475,86	285,16	761,02	84.312,81
7	474,26	286,76	761,02	84.026,05
8	472,65	288,37	761,02	83.737,68
9	471,02	290,00	761,02	83.447,68
10	469,39	291,63	761,02	83.156,05
11	467,75	293,27	761,02	82.862,79
12	466,10	294,92	761,02	82.567,87
…	…	…	…	…
172	37,47	723,55	761,02	5.937,53
173	33,40	727,62	761,02	5.209,91
174	29,31	731,71	761,02	4.478,20
175	25,19	735,83	761,02	3.742,37
176	21,05	739,97	761,02	3.002,40
177	16,89	744,13	761,02	2.258,27
178	12,70	748,32	761,02	1.509,95
179	8,49	752,53	761,02	757,42
180	4,26	756,76	761,02	0

060 ¿En cuánto se ha valorado la vivienda de un hombre de 75 años que ha contratado una hipoteca inversa al 4 % y que recibe anualmente 6.122 €?

$$C_f = 6.122 \cdot \frac{(1+0{,}04)^{10{,}37}-1}{0{,}04(1+0{,}04)^{10{,}37}} \rightarrow C_f = 51.144{,}50\ €$$

Aritmética mercantil

061 Consulta la tabla de esperanza de vida, para determinar la cuota mensual que el banco abonará a un hombre de 70 años, que aporta una vivienda valorada en 248.000 € a un interés del 3,5%.

a) ¿Cuánto dinero perdería el banco si el hombre sobrepasase su esperanza de vida en 5 años?

b) ¿Y si muriera 5 años antes de superar su esperanza de vida?

$$248.000 = C_0 \frac{\left(1+\frac{0,035}{12}\right)^{12\cdot 13,61} - 1}{\frac{0,035}{12}\left(1+\frac{0,035}{12}\right)^{12\cdot 13,61}} = C_0 \frac{\left(1+\frac{0,035}{12}\right)^{163,32} - 1}{\frac{0,035}{12}\left(1+\frac{0,035}{12}\right)^{163,32}}$$

$\rightarrow C_0 = 1.910,94$ € mensuales

a) El banco perdería: $1.910,94 \cdot 5 \cdot 12 = 114.656,40$ €

b) El banco no tendría que pagar la misma cantidad del apartado anterior, es decir, ganaría 114.656,40 €.

062 En el contrato de mi tarjeta de crédito figura que, por el aplazamiento de los pagos, me cobran un 3,5 % mensual. Determina la Tasa Anual Equivalente (TAE).

$$\text{TAE} = \left[\left(1+\frac{0,035\cdot 12}{12}\right)^{12} - 1\right]\cdot 100 = 51,11\%$$

063 Una entidad bancaria oferta un depósito a plazo fijo, para un año, al 5,1 % anual a favor del cliente, liquidable y abonable trimestralmente en otra cuenta del mismo cliente y asociada a esta. Calcula la TAE de este tipo de depósito.

$$\text{TAE} = \left[\left(1+\frac{0,051}{4}\right)^{4} - 1\right]\cdot 100 = 5,2\,\%$$

064 Esta tabla muestra la evolución de la población en dos comarcas.

	Los Ángeles de San Lorenzo	San Amador	Total
1990	380.912	308.445	689.357
1995	392.947	298.004	690.951
2000	403.398	278.841	682.239
2005	415.446	305.804	721.250

Tomando como base 1990, construye una tabla de números índice.

$$\frac{392.947}{380.912}\cdot 100 = 103,16 \qquad \frac{403.398}{380.912}\cdot 100 = 105,90 \qquad \frac{415.446}{380.912}\cdot 100 = 109,07$$

$$\frac{298.004}{308.445}\cdot 100 = 96,61 \qquad \frac{278.841}{308.445}\cdot 100 = 90,40 \qquad \frac{305.804}{308.445}\cdot 100 = 99,14$$

$$\frac{690.951}{689.357}\cdot 100 = 100,23 \qquad \frac{682.239}{689.357}\cdot 100 = 98,97 \qquad \frac{721.250}{689.357}\cdot 100 = 104,63$$

	Los Ángeles de San Lorenzo	San Amador	Total
1990	100	100	100
1995	103	97	100
2000	106	90	99
2005	109	99	105

065 Esta tabla muestra el número de defunciones en una ciudad durante las últimas décadas.

Año	Población	N.º de defunciones
1950	35.940	389
1960	32.330	404
1970	37.659	322
1980	42.358	325
1990	51.256	358
2000	50.345	315

a) Elabora una tabla de números índice, tomando los datos correspondientes al año 1950 como referencia 100.

b) ¿En qué año hubo mayor número de defunciones? ¿Y en qué año hubo menos? Estudia la evolución del número de defunciones a lo largo de estas décadas.

a) $\frac{32.330}{35.940} \cdot 100 = 89,96$ $\frac{404}{389} \cdot 100 = 103,86$

$\frac{37.659}{35.940} \cdot 100 = 104,78$ $\frac{322}{389} \cdot 100 = 82,78$

$\frac{42.358}{35.940} \cdot 100 = 117,86$ $\frac{325}{389} \cdot 100 = 83,55$

$\frac{51.256}{35.940} \cdot 100 = 142,62$ $\frac{358}{389} \cdot 100 = 92,03$

$\frac{50.345}{35.940} \cdot 100 = 140,08$ $\frac{315}{389} \cdot 100 = 80,98$

Año	Población	N.º de defunciones
1950	100	100
1960	90	104
1970	105	83
1980	118	84
1990	143	92
2000	140	81

b) En 1960 hubo el mayor número de defunciones, y en 2000, el menor. La evolución después de crecer en 1960 fue un descenso en 1970 y 1980, un aumento en 1990 y un nuevo descenso en el año 2000.

066 El índice bursátil INFOREX ha tenido, el día 1 de cada mes, en este año los siguientes valores.

Evolución del índice bursátil INFOREX	
Enero	145
Febrero	153
Marzo	162
Abril	150
Mayo	132
Junio	147
Julio	166
Agosto	169
Septiembre	172
Octubre	181
Noviembre	186
Diciembre	182

a) Toma como base 100 la cotización del 1 de enero, y establece los números índice correspondientes a las demás fechas.

b) Estudia la evolución del índice bursátil, y determina los máximos y mínimos de cotización durante este período.

a) $\frac{153}{145} \cdot 100 = 105{,}52$ $\frac{162}{145} \cdot 100 = 111{,}72$ $\frac{150}{145} \cdot 100 = 103{,}45$

$\frac{132}{145} \cdot 100 = 91{,}03$ $\frac{147}{145} \cdot 100 = 101{,}38$ $\frac{166}{145} \cdot 100 = 114{,}48$

$\frac{169}{145} \cdot 100 = 116{,}55$ $\frac{172}{145} \cdot 100 = 118{,}62$ $\frac{181}{145} \cdot 100 = 124{,}83$

$\frac{186}{145} \cdot 100 = 128{,}28$ $\frac{182}{145} \cdot 100 = 125{,}52$

Evolución del índice bursátil INFOREX	
01-enero	100
01-febrero	106
01-marzo	112
01-abril	103
01-mayo	91
01-junio	101
01-julio	114
01-agosto	117
01-septiembre	119
01-octubre	125
01-noviembre	128
01-diciembre	126

b) El índice creció en los meses de febrero y marzo, descendió en abril y mayo, volvió a subir en los meses siguientes hasta noviembre y descendió en diciembre. El máximo de cotización se alcanzó en noviembre y el mínimo en mayo.

067 La evolución del Índice de Precios de Consumo (IPC) en Extremadura ha sido:

Índice de Precios de Consumo. Extremadura					
Enero					
2002	2003	2004	2005	2006	2007
88,004	90,757	92,379	94,803	98,167	100,202

Se ha establecido como base los datos de noviembre de 2006. Reelabora la tabla estableciendo como base los datos de enero de 2002.

$$\frac{90,757}{88,004} \cdot 100 = 103,13$$

$$\frac{92,379}{88,004} \cdot 100 = 104,97$$

$$\frac{94,803}{88,004} \cdot 100 = 107,73$$

$$\frac{98,167}{88,004} \cdot 100 = 111,55$$

$$\frac{100,202}{88,004} \cdot 100 = 113,86$$

Índice de Precios de Consumo. Extremadura					
Enero					
2002	2003	2004	2005	2006	2007
100	103	105	108	112	114

068 El IPC medido en enero durante los últimos años en España es:

Año	IPC	Índice base 2000	Índice base 2007
2000	2,9	100	
2001	3,7	103,7	
2002	3,1	106,9147	
2003	3,7	110,870544	
2004	2,3	113,420566	
2005	3,1	116,936604	
2006	4,2	121,847941	
2007	2,4	124,772292	

Completa la tabla estableciendo como base el año 2007.

a) ¿Cuánto valdría en 2000 un producto que cuesta 120 € en 2007?

b) ¿Cuánto deberemos pagar en 2008 por un producto que en el año 2003 valía 65 €?

$$\frac{100}{124{,}772292} \cdot 100 = 80{,}15$$

$$\frac{103{,}7}{124{,}772292} \cdot 100 = 83{,}11$$

$$\frac{106{,}9147}{124{,}772292} \cdot 100 = 85{,}69$$

$$\frac{110{,}870544}{124{,}772292} \cdot 100 = 88{,}86$$

$$\frac{113{,}420566}{124{,}772292} \cdot 100 = 90{,}90$$

$$\frac{116{,}936604}{124{,}772292} \cdot 100 = 93{,}72$$

$$\frac{121{,}847941}{124{,}772292} \cdot 100 = 97{,}66$$

Año	IPC	Índice base 2000	Índice base 2007
2000	2,9	100	80
2001	3,7	103,7	83
2002	3,1	106,9147	86
2003	3,7	110,870544	89
2004	2,3	113,420566	91
2005	3,1	116,936604	94
2006	4,2	121,847941	98
2007	2,4	124,772292	100

a) IPC acumulado $= 3{,}7 + 3{,}1 + 3{,}7 + 2{,}3 + 3{,}1 + 4{,}2 + 2{,}4 = 22{,}5\,\%$

$x \cdot 1{,}225 = 120 \rightarrow x = 97{,}96$ €

b) IPC acumulado $= 2{,}3 + 3{,}1 + 4{,}2 + 2{,}4 = 12\,\%$

En 2008 el producto vale: $65 \cdot 1{,}12 = 72{,}80$ €

069 ●●○ **Las subidas del IPC en un país han sido durante los últimos cuatro años del 5 %, 6 %, 7 % y 5 %. A un trabajador le han mantenido el sueldo sin variaciones durante estos cuatro años. Para recuperar el poder adquisitivo al cabo de los cuatro años le suben un 24 % el sueldo. ¿Pierde o gana poder adquisitivo? ¿Cuánto dinero es?**

IPC acumulado $= 5 + 6 + 7 + 5 = 23\,\%$. Si la subida es del 24 % el trabajador gana un 1 % más de poder adquisitivo. Si su sueldo es x la cantidad de dinero es el 1 % de x

070 ●○○ La tabla presenta el número de trabajadores y trabajadoras en activo por grupos de edad. Complétala.

Encuesta de Población Activa				
Activos (Miles de personas)				
Edades	Valor absoluto		Porcentaje	
	2005	2006	2005	2006
De 16 a 19	538,90	541,10	2,58	2,51
De 20 a 24	1.955,80	1.932,90	9,36	8,95
De 25 a 29	3.125,60	3.154,10	14,97	14,61
De 30 a 34	3.192	3.325,70	15,28	15,41
De 35 a 39	2.964,70	3.092,50	14,19	14,33
De 40 a 44	2.732,90	2.837,80	13,09	13,15
De 45 a 49	2.333	2.467,80	11,17	11,43
De 50 a 54	1.820,60	1.905,30	8,72	8,83
De 55 a 59	1.364,60	1.419,60	6,53	6,58
De 60 a 64	714,70	758,10	3,42	3,51
De 65 a 69	92,50	101	0,44	0,47
De 70 y más	50,50	48,80	0,24	0,23
Total	20.885,70	21.584,80	100	100

Fuente: INE, 2007.

071 ●○○ En un país han presentado su Encuesta de Población Activa (EPA) correspondiente al último año. Los datos se han organizado por trimestres y referidos a su población mayor de 16 años.

Trimestre	Activos	Ocupados	Parados	Inactivos
Primero	3.652.040	3.104.180	547.860	2.970.045
Segundo	3.543.982	2.980.456	563.526	3.096.550
Tercero	3.893.218	3.471.443	421.775	2.839.436
Cuarto	3.796.766	3.217.786	578.980	3.001.034

a) Tomando como referencia 100 los datos del primer trimestre, estudia la evolución de la población mayor de 16 años en ese país.

b) Halla el porcentaje por cada 1.000 habitantes de personas desocupadas por trimestre.

a)

Trimestre	Activos	Ocupados	Parados	Inactivos
Primero	100	100	100	100
Segundo	97	96	103	104
Tercero	107	112	77	96
Cuarto	104	104	106	101

Los activos y los ocupados disminuyeron en el segundo trimestre, aumentaron en el tercero y volvieron a disminuir en el cuarto. Al contrario, los parados y los inactivos aumentaron en el segundo trimestre, disminuyeron en el tercero y volvieron a aumentar en el cuarto.

b)

Trimestre	Parados	Totales	Porcentaje de desocupados por cada 1.000 habitantes
Primero	547.860	6.622.085	82,73
Segundo	563.526	6.640.532	84,86
Tercero	421.775	6.732.654	62,65
Cuarto	578.980	6.797.800	85,17

072 Determina, por grupos de edades, los índices que relacionan la población ocupada extranjera con la española.

Ocupados por nacionalidad, sexo y grupo de edad (Miles de personas)			
Edades	Extranjera	Española	Total
De 16 a 24	328	1.702,70	2.030,70
De 25 a 34	989,50	4.899,50	5.889,10
De 35 a 44	733,10	4.780,70	5.513,80
De 45 a 54	320	3.793,20	4.113,30
De 55 y más	90,40	2.110,40	2.200,90
Total	2.461,10	17.286,60	19.747,70

Ocupados por nacionalidad, sexo y grupo de edad (Miles de personas)		
Edades	Extranjera	Española
De 16 a 24	19	100
De 25 a 34	20	100
De 35 a 44	15	100
De 45 a 54	8	100
De 55 y más	4	100

073 Compara las tasas de paro de estas tres regiones. Halla la tasa de inactividad en cada región.

Región	Activos	Ocupados	Parados	Inactivos
Freeland	53.408	40.980	12.428	43.090
Happyland	104.932	98.046	6.886	115.954
Endland	123.219	84.943	38.276	99.652

Región	Parados	Totales	Tasa de paro
Freeland	12.428	96.498	12,88
Happyland	6.886	220.886	3,12
Endland	38.276	222.871	17,17

Región	Inactivos	Totales	Tasa de inactividad
Freeland	43.090	96.498	44,65
Happyland	115.954	220.886	52,49
Endland	99.652	222.871	44,71

074 Observa los datos publicados por el Ministerio de Educación y Ciencia.

Alumnado matriculado por edad	
De 16 y menos años	205.720
De 17 años	234.151
De 18 años	92.693
De 19 años	41.757
De 20 y más años	39.260
Total	613.581

Fuente: Ministerio de Educación y Ciencia.

Completa la tabla con una columna en la que se reflejen los porcentajes de los alumnos de Bachillerato por edades.

Alumnado matriculado por edad		Porcentaje
De 16 y menos años	205.720	33,53
De 17 años	234.151	38,16
De 18 años	92.693	15,11
De 19 años	41.757	6,81
De 20 y más años	39.260	6,39
Total	613.581	100

075 En la tabla se refleja la población adulta (mayores de 18 años) y el número de estas personas que tienen estudios medios o superiores en dos comarcas.

	Total de adultos	Estudios medios	Estudios superiores
San Lorenzo	320.456	122.516	19.254
San Amador	185.880	56.251	16.346
Total	506.336	178.767	35.600

Completa la tabla siguiente con las tasas por 1.000 habitantes (porcentaje por cada 1.000 habitantes).

	Tasas por 1.000 habitantes	
	Estudios medios	Estudios superiores
San Lorenzo	382,32	60,08
San Amador	302,62	87,94
Total	353,06	70,31

076 ●●● La tabla presenta la población y el número de automóviles matriculados en cada comunidad autónoma española. Determina el porcentaje del número de automóviles por cada mil habitantes (tasa) en cada comunidad y en el total de España, y completa la tabla.

Autonomía	Población	N.º de automóviles	Tasa
Andalucía	7.340.052	3.625.986	494
Aragón	1.189.909	622.322	523
Asturias	1.076.567	505.986	470
Baleares	845.630	678.195	802
Canarias	1.716.276	796.352	464
Cantabria	531.159	272.485	513
Castilla-La Mancha	1.734.261	900.081	519
Castilla y León	2.479.118	1.271.788	513
Cataluña	6.261.999	3.938.797	629
Ceuta	75.241	48.305	642
C. Valenciana	4.120.729	2.480.679	602
Extremadura	1.069.420	516.530	483
Galicia	2.731.900	1.436.979	526
La Rioja	220.729	115.441	523
Madrid	5.205.408	3.305.434	635
Melilla	66.263	35.252	532
Murcia	1.149.328	729.823	635
Navarra	543.757	325.710	599
País Vasco	2.098.596	1.051.397	501
España	40.456.342	22.657.543	560,05

077 ●●● La población de cinco provincias españolas el 1 de enero de 2002 y de 2007 se muestra en la tabla.

	1 de enero de 2002	1 de enero de 2007
Burgos	348.786	359.582
Castellón	484.585	557.205
Guadalajara	174.998	215.246
León	488.013	483.752
Lugo	357.050	348.062

Determina los índices de crecimiento de la población de cada provincia en 2007 respecto a 2002.

	1 de enero de 2002	1 de enero de 2007
Burgos	100	103
Castellón	100	115
Guadalajara	100	123
León	100	99
Lugo	100	97

078 Marta pidió un préstamo de 20.000 €. Lo estuvo pagando al 4 % de interés durante 6 años. El día en que recibió el dinero lo invirtió a un 3 % anual de interés compuesto. Si sumas las cantidades que tuvo que pagar y las que recibió, ¿ganó o perdió? ¿Cuánto dinero es?

Para amortizar el préstamo Marta tuvo que ingresar:

$$20.000 = C_0 \frac{(1 + 0{,}04)^6 - 1}{0{,}04(1 + 0{,}04)^6} \rightarrow C_0 = 3.815{,}24 \text{ € anuales}$$

En total, son: $6 \cdot 3.815{,}24 = 22.891{,}44$ €

Los intereses ascienden a: $22.891{,}44 - 20.000 = 2.891{,}44$ €

Por la inversión Marta recibe:

$$C_f = 20.000\left(1 + \frac{3}{100}\right)^6 = 23.881{,}05 \text{ €}$$

Así, la ganancia es: $23.881{,}05 - 20.000 = 3.881{,}05$ €

Marta ganó y el dinero obtenido es $3.881{,}05 - 2.891{,}44 = 989{,}61$ €

079 Jesús ingresa 2.500 € en una cuenta bancaria al 6 % de interés con capitalización anual. ¿Cuántos años debe dejar invertida esa cantidad para que el saldo de la cuenta supere los 6.000 €?

$$6.000 = 2.500 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^t \rightarrow 1{,}06^t = 2{,}4 \rightarrow \ln 1{,}06^t = \ln 2{,}4 \rightarrow t \cdot \ln 1{,}06 = \ln 2{,}4$$

$$\rightarrow t = \frac{\ln 2{,}4}{\ln 1{,}06} = 15{,}02$$

Para que el saldo supere los 6.000 € Jesús debe dejar el dinero invertido al menos 16 años.

080 Elena y Diego recibieron hace cuatro años una herencia de un familiar argentino. A cada uno le correspondieron 180.000 €. Diego los invirtió en Bolsa y ha conseguido una revaloración media anual de un 5 %. Elena compró Letras del Tesoro, que le pagaban un 5 % anual. Los intereses se los ingresaban anualmente en una cuenta que le daba un rédito de un 1 % anual. ¿Quién tiene ahora más dinero?

El capital acumulado por Diego es: $C_f = 180.000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^4 = 218.791{,}13$ €

Elena recibe cada año: $180.000 \cdot 0{,}05 = 9.000$ €

Así, sus beneficios ascienden a: $C_f = 9.000 \cdot \frac{(1 + 0{,}05)^4 - 1}{0{,}05(1 + 0{,}05)^4} = 31.913{,}55$ €

Por tanto, el capital acumulado por Elena es 211.913,55 € y Diego tiene más dinero que ella.

081 ●●○ Una persona ha ganado 120.000 € en la Lotería Primitiva. Acude a un banco a ingresarlos y le ofrecen dos productos.

a) Con esa cantidad de dinero se compran cuatro plazas de garaje por un período de diez años. El banco alquilará las plazas de garaje. Al cabo de los diez años, volverá a comprar las plazas de garaje por 120.000 € y pagará 188 € por cada mes y por cada plaza.

b) Ingresar esa cantidad al 6 % de interés anual con capitalización anual.

¿Cuál de los dos productos te parece más interesante?

a) $188 \cdot 12 \cdot 10 \cdot 4 = 90.240$ €

b) $C_f = 120.000\left(1 + \frac{6}{100}\right)^{10} = 214.901{,}72 \rightarrow 214.901{,}72 - 120.000 = 94.901{,}72$ €

El segundo producto es más interesante que el primero.

082 ●●○ Un banco ofrece un depósito que te remunera la inversión al 12 % de interés el primer mes y el resto al 3,7 %.

a) ¿Cuántos beneficios se obtendrían con una inversión de 100 € al cabo de un año?

b) ¿Cuál es la Tasa Anual Equivalente (TAE) de esta operación?

Al final del primer mes, el beneficio es: $100 \cdot \frac{12}{1.200} = 1$ €

$$C_f = 101\left(1 + \frac{3{,}7}{1.100}\right)^{11} = 104{,}80 \text{ €}$$

Por tanto, los beneficios al cabo de un año son 4,80 €.

Así, el interés producido por 1 euro en un año es 0,0480; luego la TAE es del 4,8 %.

083 ●●○ El sueldo de un trabajador se refleja en la tabla.

Año	Salario	IPC (%)
2003	20.350	5
2004	21.045	3
2005	21.678	2
2006	22.034	3,20
2007	23.246	2,50

a) ¿Qué porcentaje de subida ha tenido su sueldo en los cinco años?

b) ¿Cuál ha sido la subida acumulada del IPC?

c) ¿Ha ganado o ha perdido poder adquisitivo en estos cinco años?

a) $\frac{23.246}{20.350} = 1{,}14 \rightarrow$ La subida ha sido del 14 %.

b) IPC acumulado $= 5 + 3 + 2 + 3{,}2 + 2{,}5 = 15{,}7$ %

c) Ha perdido poder adquisitivo, porque el IPC acumulado es mayor que la subida salarial.

084 La evolución del IPC en la economía española durante los últimos años (medida en enero) ha sido:

Año	IPC
1996	3,9
1997	2,9
1998	2
1999	1,5
2000	2,9
2001	3,7
2002	3,1
2003	3,7
2004	2,3
2005	3,1
2006	4,2
2007	2,4

a) ¿Qué valor tiene en 2007 un producto que valía el equivalente a 50 € en 1996?

b) En 2007 hacemos la compra por 180 €. ¿Cuánto nos habría costado esa compra en 2002? ¿Y en 1996?

a) IPC acumulado $= 2{,}9 + 2 + 1{,}5 + 2{,}9 + 3{,}7 + 3{,}1 + 3{,}7 + 2{,}3 + 3{,}1 + 4{,}2 + 2{,}4 =$
$= 31{,}8\,\%$

$50 \cdot 1{,}318 = 65{,}90$ €

b) IPC acumulado desde 2002 $= 3{,}7 + 2{,}3 + 3{,}1 + 4{,}2 + 2{,}4 = 15{,}7\,\%$

$x \cdot 1{,}157 = 180 \rightarrow x = 155{,}57$ €

Como el IPC acumulado desde 1996 es del 31,8 %:

$x \cdot 1{,}318 = 180 \rightarrow x = 136{,}57$ €

085 Los datos reflejados en la tabla se refieren a la variación del IPC a principios de cada año en Guipúzcoa, y tomando como base los datos del año 1994.

Guipúzcoa			
Año	IPC	Año	IPC
1994	100	2001	125,7191
1995	104,9	2002	129,9935
1996	109,7254	2003	134,5433
1997	112,688	2004	137,5032
1998	114,9417	2005	140,9408
1999	118,0452	2006	146,5784
2000	121,3504	2007	149,8032

Fijándote en los datos relativos a 2005, calcula:

a) El porcentaje de variación sobre el año anterior.

b) El porcentaje de variación desde 1999.

c) El porcentaje de variación en la década que acaba en 2005.

a) $\frac{140{,}9408}{137{,}5032} \cdot 100 = 102{,}5 \rightarrow$ El IPC ha aumentado un 2,5 %.

b) $\frac{140{,}9408}{118{,}0452} \cdot 100 = 119{,}40 \rightarrow$ El IPC ha crecido un 19,4 %.

c) $\frac{140{,}9408}{104{,}9} \cdot 100 = 134{,}36 \rightarrow$ El IPC ha aumentado un 34,36 %.

086 ●●●

En esta tabla se muestra el coste de un producto que en 1998 valía 1 peseta y el coste de otro producto que en 2006 valía 1 euro.
¿Serías capaz de completarla?

Año	Pesetas	Euros
1996	1	
1998	1,037322	
2000	1,07704832	
2002	1,15926373	0,88513574
2004		0,93445019
2006		1

$$\frac{0{,}93445019}{0{,}88513574} = 1{,}056 \rightarrow 1{,}056 \cdot 1{,}15926373 = 1{,}22385095$$

$$\frac{1}{0{,}93445019} = 1{,}0701 \rightarrow 1{,}0701 \cdot 1{,}22385095 = 1{,}30970164$$

$$\frac{1{,}15926373}{1{,}07704832} = 1{,}076334 \rightarrow 1{,}076334 \cdot x = 0{,}88513574 \rightarrow x = 0{,}82236159$$

$$\frac{1{,}07704832}{1{,}037322} = 1{,}038297 \rightarrow 1{,}038297 \cdot x = 0{,}82236159 \rightarrow x = 0{,}79202925$$

$$\frac{1{,}037322}{1} = 1{,}037322 \rightarrow 1{,}037322 \cdot x = 0{,}79202925 \rightarrow x = 0{,}76353268$$

Año	Pesetas	Euros
1996	1	0,76353268
1998	1,037322	0,79202925
2000	1,07704832	0,82236159
2002	1,15926373	0,88513574
2004	1,22385095	0,93445019
2006	1,30970164	1

087 Completa la tabla en la que se refleja la transformación del valor en el tiempo de una unidad monetaria.

		U. M. del año					
		2002	2003	2004	2005	2006	2007
Vale en el año	2002	1					
	2003	1,032	1				
	2004	1,073		1			
	2005	1,099			1		
	2006	1,12				1	
	2007	1,154					1

$$\frac{1,032}{1} = 1,032 \rightarrow 1,032 \cdot x = 1 \rightarrow x = 0,969$$
$$\frac{1,073}{1,032} = 1,0397 \rightarrow 1,0397 \cdot 1 = 1,0397$$
$$\frac{1,099}{1,073} = 1,024 \rightarrow 1,024 \cdot 1,0397 = 1,065$$
$$\frac{1,12}{1,099} = 1,019 \rightarrow 1,019 \cdot 1,065 = 1,085$$
$$\frac{1,154}{1,12} = 1,03 \rightarrow 1,03 \cdot 1,085 = 1,118$$

$$\frac{1,073}{1,032} = 1,0397 \rightarrow 1,0397 \cdot x = 1 \rightarrow x = 0,962$$
$$\frac{1,032}{1} = 1,032 \rightarrow 1,032 \cdot x = 0,962 \rightarrow x = 0,932$$
$$\frac{1,099}{1,073} = 1,024 \rightarrow 1,024 \cdot 1 = 1,024$$
$$\frac{1,12}{1,099} = 1,019 \rightarrow 1,019 \cdot 1,024 = 1,043$$
$$\frac{1,154}{1,12} = 1,03 \rightarrow 1,03 \cdot 1,043 = 1,074$$

$$\frac{1,099}{1,073} = 1,024 \rightarrow 1,024 \cdot x = 1 \rightarrow x = 0,977$$
$$\frac{1,073}{1,032} = 1,0397 \rightarrow 1,0397 \cdot x = 0,977 \rightarrow x = 0,94$$
$$\frac{1,032}{1} = 1,032 \rightarrow 1,032 \cdot x = 0,94 \rightarrow x = 0,911$$
$$\frac{1,12}{1,099} = 1,019 \rightarrow 1,019 \cdot 1 = 1,019$$
$$\frac{1,154}{1,12} = 1,03 \rightarrow 1,03 \cdot 1,019 = 1,05$$

$$\frac{1{,}12}{1{,}099} = 1{,}019 \rightarrow 1{,}019 \cdot x = 1 \rightarrow x = 0{,}981$$

$$\frac{1{,}099}{1{,}073} = 1{,}024 \rightarrow 1{,}024 \cdot x = 0{,}981 \rightarrow x = 0{,}958$$

$$\frac{1{,}073}{1{,}032} = 1{,}0397 \rightarrow 1{,}0397 \cdot x = 0{,}958 \rightarrow x = 0{,}922$$

$$\frac{1{,}032}{1} = 1{,}032 \rightarrow 1{,}032 \cdot x = 0{,}922 \rightarrow x = 0{,}893$$

$$\frac{1{,}154}{1{,}12} = 1{,}03 \rightarrow 1{,}03 \cdot 1 = 1{,}03$$

$$\frac{1{,}154}{1{,}12} = 1{,}03 \rightarrow 1{,}03 \cdot x = 1 \rightarrow x = 0{,}971$$

$$\frac{1{,}12}{1{,}099} = 1{,}019 \rightarrow 1{,}019 \cdot x = 0{,}971 \rightarrow x = 0{,}953$$

$$\frac{1{,}099}{1{,}073} = 1{,}024 \rightarrow 1{,}024 \cdot x = 0{,}953 \rightarrow x = 0{,}93$$

$$\frac{1{,}073}{1{,}032} = 1{,}0397 \rightarrow 1{,}0397 \cdot x = 0{,}93 \rightarrow x = 0{,}895$$

$$\frac{1{,}032}{1} = 1{,}032 \rightarrow 1{,}032 \cdot x = 0{,}895 \rightarrow x = 0{,}867$$

		U. M. del año					
		2002	2003	2004	2005	2006	2007
Vale en el año	2002	1	0,969	0,932	0,911	0,893	0,867
	2003	1,032	1	0,962	0,94	0,922	0,895
	2004	1,073	1,0397	1	0,977	0,958	0,93
	2005	1,099	1,065	1,024	1	0,981	0,953
	2006	1,12	1,085	1,043	1,019	1	0,971
	2007	1,154	1,118	1,074	1,05	1,03	1

PARA FINALIZAR...

088 **¿Cuál de estos depósitos financieros a interés compuesto produce más intereses?**

- **Un depósito financiero en el que ingresamos un capital C_0, a un rédito r % durante un tiempo $2t$.**
- **Un depósito financiero en el que ingresamos un capital $2C_0$, a un rédito r % durante un tiempo t.**
- **Un depósito financiero en el que ingresamos un capital C_0, a un rédito $2r$ % durante un tiempo t.**

$$C_f = C_0\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2t} \qquad C_f = 2C_0\left(1+\frac{r}{100}\right)^{t} \qquad C_f = C_0\left(1+\frac{2r}{100}\right)^{t}$$

Si suponemos que t es mayor que 1 año, el primer depósito es el que produce más intereses.

089 **¿Cuál de estas opciones produce un mayor beneficio?**

- **Un fondo de pensiones con una anualidad de capitalización C_0, a un rédito r % durante $2t$ años.**
- **Un fondo de pensiones con una anualidad de capitalización $2C_0$, a un rédito r % durante t años.**
- **Un fondo de pensiones con una anualidad de capitalización C_0, a un rédito $2r$ % durante t años.**

$$C_f = C_0\left(1+\frac{r}{100}\right)\frac{\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2t}-1}{\frac{r}{100}} \qquad C_f = C_0\left(1+\frac{2r}{100}\right)\frac{\left(1+\frac{2r}{100}\right)^{t}-1}{\frac{2r}{100}}$$

$$C_f = 2C_0\left(1+\frac{r}{100}\right)\frac{\left(1+\frac{r}{100}\right)^{t}-1}{\frac{r}{100}}$$

Si suponemos que t es mayor que 1 año, el primer fondo de pensiones es el que produce más beneficios.

090 **¿Cuál de estas opciones produce un mayor beneficio?**

- **Un préstamo con una anualidad de amortización C_0, a un rédito r % durante $2t$ años.**
- **Un préstamo con una anualidad de amortización $2C_0$, a un rédito r % durante t años.**
- **Un préstamo con una anualidad de amortización C_0, a un rédito $2r$ % durante t años.**

$$C_f = C_0\frac{\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2t}-1}{\frac{r}{100}\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2t}} \qquad C_f = C_0\frac{\left(1+\frac{2r}{100}\right)^{t}-1}{\frac{2r}{100}\left(1+\frac{2r}{100}\right)^{t}}$$

$$C_f = 2C_0\frac{\left(1+\frac{r}{100}\right)^{t}-1}{\frac{r}{100}\left(1+\frac{r}{100}\right)^{t}}$$

Si suponemos que t es mayor que 1 año, el segundo préstamo es el que ofrece mayor cantidad de dinero prestado:

$$2C_0 > \frac{\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2t}-1}{\frac{r}{100}\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2t}}$$

Entonces, si suponemos que la cantidad de dinero prestado es el mismo en los tres casos, al duplicar la cuota pagamos antes el préstamo.

091 La cesta básica de la compra de un país está formada por las cantidades mínimas de alimentos para satisfacer las necesidades de calorías de una persona.
Las familias cuyos ingresos son inferiores al coste total de dicha cesta por mes son consideradas familias de extrema pobreza.

Esta tabla muestra los datos de dos países:

	Precio de la cesta básica	Nivel de pobreza	Inflación anual esperada
Nortelandia	31,80 €	12 %	15 %
Surlandia	39,30 €	18 %	8 %

Considerando que los valores de la inflación se mantienen invariantes y que el nivel de pobreza de los dos países aumenta en la misma proporción que la inflacción, ¿en qué momento se espera que Nortelandia tenga un mayor nivel de pobreza?

Considerando x como el número de años que transcurren, en Nortelandia tenemos:

Primer año: $x = 1$

Nivel de pobreza $= 0{,}12 + 0{,}15 \cdot 0{,}12 = 0{,}12(1 + 0{,}15)$

Segundo año: $x = 2$

Nivel de pobreza $= 0{,}12(1 + 0{,}15) + 0{,}15(0{,}12(1 + 0{,}15)) = 0{,}12(1 + 0{,}15)^2$

Tercer año: $x = 3$

Nivel de pobreza $= 0{,}12(1 + 0{,}15)^3$

Podemos definir la función nivel de pobreza de Nortelandia como:

$f(x) = 0{,}12 \cdot 1{,}15^x$

De la misma manera, la función nivel de pobreza en Surlandia es:

$g(x) = 0{,}18 \cdot 1{,}08^x$

Veamos cuándo se iguala el nivel de pobreza en los dos países:

$$0{,}12 \cdot 1{,}15^x = 0{,}18 \cdot 1{,}08^x \rightarrow \frac{0{,}12}{0{,}18} = \left(\frac{1{,}08}{1{,}15}\right)^x \rightarrow \ln 0{,}67 = x \cdot \ln 0{,}94 \rightarrow x = 6{,}67$$

Después de los seis años y medio, el nivel pobreza se igualará entre los dos países. A partir de ese momento será mayor el nivel de pobreza de Nortelandia.

092 **Llevo dos años pagando un crédito a 10 años de 210.000 € con un interés anual del 7,5 %. Me acaban de ofrecer, en otra entidad bancaria, renegociar la deuda que me queda al 6 % durante 8 años.**

El banco en el que inicialmente pedí el crédito me cobra un 2 % de la deuda que aún queda por pagar por gastos de cancelación, y el banco que me ofrece el nuevo crédito me cobra 368 € por gastos de apertura del crédito. ¿Me conviene cambiar de banco?

$$210.000 = C_0 \frac{(1+0{,}075)^{10}-1}{0{,}075(1+0{,}075)^{10}} \rightarrow C_0 = 30.594{,}04 \text{ €}$$

La cuota anual del primer crédito es de 30.594,04 €.

Los intereses generados el primer año son: $210.000 \cdot 0{,}075 = 15.750$ €

Así, el capital amortizado es: $30.594{,}04 - 15.750 = 14.844{,}04$ €

Por tanto, el capital pendiente después del primer pago asciende a:
$210.000 - 14.884{,}04 = 195.155{,}96$ €

Los intereses del segundo año son: $195.155{,}96 \cdot 0{,}075 = 14.636{,}70$ €

El capital amortizado es: $30.594{,}04 - 14.636{,}70 = 15.957{,}34$ €

Por tanto, el capital pendiente es: $195.155{,}96 - 15.957{,}34 = 179.198{,}62$ €

Si se cancela el préstamo con la primera entidad los gastos son:
$179.198{,}62 \cdot 0{,}02 = 3.583{,}97$ €

Teniendo en cuenta los gastos de apertura del crédito en la segunda entidad, la deuda que queda es: $179.198{,}62 + 3.583{,}97 + 368 = 183.150{,}59$ €

$$183.150{,}59 = C_0 \frac{(1+0{,}06)^{8}-1}{0{,}06(1+0{,}06)^{8}} \rightarrow C_0 = 29.493{,}83 \text{ €}$$

La cuota anual del segundo crédito es de 29.493,83 €. Al ser menor que la cuota del primer crédito es más conveniente cambiar de banco y renegociar la deuda.